

1. 複素数平面上の3点 $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$ は正三角形の頂点であり, 左まわり (反時計まわり) に並んでいるとする。次の問に答えよ。

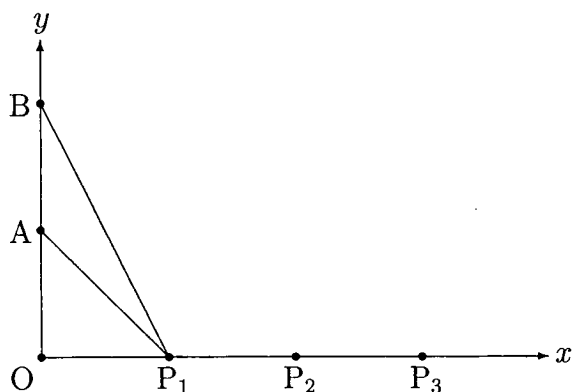
(配点 25 点)

- (1) 2つの複素数 $\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1}$, $\frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3}$ の値を求めよ。
- (2) $z_1 = 2i$, $z_2 = -2 - 2\sqrt{2}i$ のとき, z_3 の値を求めよ。ただし, i は虚数単位とする。

2. 座標平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(0, 2)$ をとる。自然数 k に対し点 P_k の座標を $(k, 0)$ とする。自然数 n に対し, $2n$ 本の線分 $AP_1, AP_2, \dots, AP_n, BP_1, BP_2, \dots, BP_n$ により分けられる第1象限の部分の個数を a_n とする。たとえば $n = 1$ のとき, 図のように第1象限が3つの部分に分けられるので $a_1 = 3$ である。次の問に答えよ。

(配点 25 点)

- (1) a_2, a_3 の値を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n と n を用いて表し, その理由を述べよ。
- (3) a_n を n を用いて表せ。



3. a は 1 より大きい定数とする。関数 $f(x) = (x+a)(x+1)(x-a)$ について、次の問に答えよ。(配点 25 点)

(1) $f(x)$ は $x = \alpha$ と $x = \beta$ ($\alpha < \beta$) で極値をとるとする。2 点 $(\alpha, f(\alpha))$ と $(\beta, f(\beta))$ を結ぶ直線の傾きが、点 $(-1, 0)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の傾きと等しいとき、 a の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。 a が (1) で求めた値をとるとき、曲線 $y = f'(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。