

(平 21 前)

数 学

(文 科 系)

(1 ～ 3 ページ)

- ・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(文科系) 75 点

1. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) xy 平面において, $O(0, 0)$, $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ とする. このとき,

$$(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})^2 + \left| \overrightarrow{OP} - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})\overrightarrow{OA} \right|^2 \leq 1$$

をみたす点 P 全体のなす図形の面積を求めよ.

- (2) xyz 空間において, $O(0, 0, 0)$, $A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ とする. このとき,

$$(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})^2 + \left| \overrightarrow{OP} - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})\overrightarrow{OA} \right|^2 \leq 1$$

をみたす点 P 全体のなす図形の体積を求めよ.

2. a を正の実数とし, $f(x) = -a^2x^2 + 4ax$ とする. このとき, 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を求めよ.

(2) 2 点 $A(2, 3)$, $B(3, 3)$ を端点とする線分を ℓ とする. 曲線 $y = f(x)$ と線分 ℓ (端点を含む) が共有点を持つような a の値の範囲を求め, 数直線上に図示せよ.

3. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) A, B の 2 人がそれぞれ, 「石」, 「はさみ」, 「紙」 の 3 種類の「手」から無作為に 1 つを選んで, 双方の「手」によって勝敗を決める. 「石」は「はさみ」に勝ち「紙」に負け, 「はさみ」は「紙」に勝ち「石」に負け, 「紙」は「石」に勝ち「はさみ」に負け, 同じ「手」どうしは引き分けとする. A が B に勝つ確率と引き分ける確率を求めよ.
- (2) 上の 3 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ, これらに加えて, 4 種類目の「手」として「水」を加える. 「水」は「石」と「はさみ」には勝つが「紙」には負け, 同じ「手」どうしは引き分けとする. A, B がともに 4 種類の「手」から無作為に 1 つを選ぶとすると, A が勝つ確率と引き分けの確率を求めよ.
- (3) 上の 4 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ, これらに加え, さらに第 5 の「手」として「土」を加える. B が 5 種類の「手」から無作為に 1 つを選ぶとき, A の勝つ確率が A の選ぶ「手」によらないようにするためには, 「土」と「石」「はさみ」「紙」「水」との勝敗規則をそれぞれどのように定めればよいか. ただし, 同じ「手」どうしの場合, しかもその場合にのみ引き分けとする.