

(平 22 前)

数 学

(文 科 系)

(1 ～ 3 ページ)

・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(文科系) 75 点

1. 実数 a, b に対して, $f(x) = a(x - b)^2$ とおく. ただし, a は正とする. 放物線 $y = f(x)$ が直線 $y = -4x + 4$ に接している. このとき, 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) b を a を用いて表せ.

(2) $0 \leq x \leq 2$ において, $f(x)$ の最大値 $M(a)$ と, 最小値 $m(a)$ を求めよ.

(3) a が正の実数を動くとき, $M(a)$ の最小値を求めよ.

2. 空間内に 4 点 O, A, B, C があり,

$$OA = 3, OB = OC = 4, \quad \angle BOC = \angle COA = \angle AOB = \frac{\pi}{3}$$

であるとする. 3 点 A, B, C を通る平面に垂線 OH をおろす. このとき, 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}, \vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とし, $\overrightarrow{OH} = r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$ と表すとき, r, s, t を求めよ.

(2) 直線 CH と直線 AB の交点を D とするとき, 長さの比 CH : HD, AD : DB をそれぞれ求めよ.

3. a, b を自然数とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) ab が 3 の倍数であるとき, a または b は 3 の倍数であることを示せ.
- (2) $a + b$ と ab がともに 3 の倍数であるとき, a と b はともに 3 の倍数であることを示せ.
- (3) $a + b$ と $a^2 + b^2$ がともに 3 の倍数であるとき, a と b はともに 3 の倍数であることを示せ.