

(平 24 前)

数 学

(文 科 系)

(1 ～ 3 ページ)

・ ページ番号のついていない白紙(2 ～ 3 枚目)は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(文科系) 75 点

1. 座標平面上に2点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$ と直線 ℓ があり, A と ℓ の距離と B と ℓ の距離の和が1であるという. 以下の問に答えよ.
(配点25点)

- (1) ℓ は y 軸と平行でないことを示せ.
- (2) ℓ が線分 AB と交わる時, ℓ の傾きを求めよ.
- (3) ℓ が線分 AB と交わらない時, ℓ と原点との距離を求めよ.

2. a を正の実数とする. 2つの放物線

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 3a$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2ax - a^3 - a^2$$

が異なる2点で交わるとし, 2つの放物線によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする. 以下の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) a の値の範囲を求めよ.
- (2) $S(a)$ を a を用いて表せ.
- (3) $S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ.

3. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) 正の実数 x, y に対して

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$$

が成り立つことを示し, 等号が成立するための条件を求めよ.

(2) n を自然数とする. n 個の正の実数 $a_1, \dots, a_n$ に対して

$$(a_1 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

が成り立つことを示し, 等号が成立するための条件を求めよ.