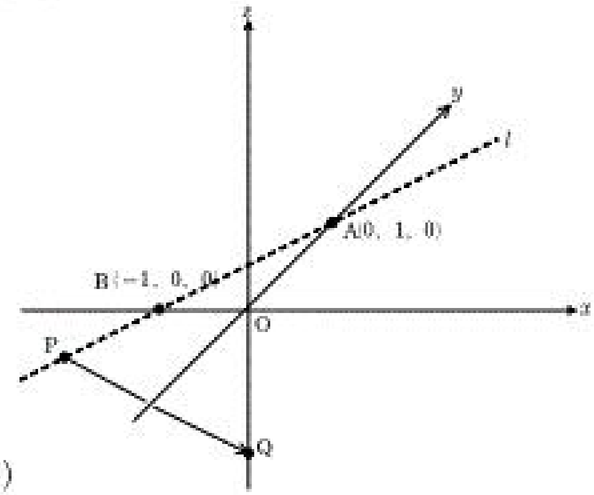
1

(1)　2点P, Qは実数s, tを用いて

$$\overrightarrow{OP}=(0,1,0)+s(-1,-1,0) \quad \therefore\ P(-s, 1-s, 0)$$
$$\overrightarrow{OQ}=t(0,0,1) \quad \therefore\ Q(0,0,t)$$



これより,

$$\overrightarrow{PQ}=(s, s-1, t)//(3,1,-1)$$
$$\begin{cases} s=3k \\ s-1=k \quad (k:\text{実数}) \\ t=-k \end{cases}$$
$$\therefore\ s=\frac{3}{2},\ t=-\frac{1}{2},\ k=\frac{1}{2}$$
$$\therefore\ P\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0\right),\ Q\left(0,\ 0,\ -\frac{1}{2}\right) \quad \cdots(\text{答})$$

(2)　(1)のP→R, Q→Sと置き換えてみれば, 実数s', t'を用いて
$R(-s', 1-s', 0)$, $S(0, 0, t')$と表せる.

$$\overrightarrow{RS}=(s', s'-1, t')$$

ここで,

$$\begin{cases} \overrightarrow{RS}\cdot\overrightarrow{AB}=(s', s'-1, t')\cdot(-1,-1,0) \\ \qquad\qquad =-s'-s'+1=0 \\ \overrightarrow{RS}\cdot(0,0,1)=t'=0 \end{cases} \quad \therefore\ s'=\frac{1}{2},\ t'=0$$
$$\therefore\ R\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ 0\right),\ S(0,\ 0,\ 0) \quad \cdots(\text{答})$$

(3)　(1)のP→T, Q→Uと置き換えてみれば, 実数s'', t''を用いて
$T(-s'', 1-s'', 0)$, $U(0, 0, t'')$

$$\overrightarrow{TU}=(s'', s''-1, t'')$$
$$\begin{cases} \vec{v}=(a,b,c)\neq(0,0,0) \\ \vec{v}\cdot\overrightarrow{RS}=(a,b,c)\cdot\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}\neq 0 \quad (a\neq b) \end{cases} \cdots ①$$

ここで,

$$\overrightarrow{TU}//\vec{v}$$
$$\Leftrightarrow \quad (s'', s''-1, t'')//(a,b,c)$$
$$\begin{cases} s''=k'a \\ s''-1=k'b \quad (k':\text{実数}) \\ t''=k'c \end{cases}$$
$$\therefore\ s''=\frac{a}{a-b},\ t''=\frac{c}{a-b},\ k'=\frac{1}{a-b}$$
$$\therefore\ T\left(-\frac{a}{a-b},\ -\frac{b}{a-b},\ 0\right),\ U\left(0,\ 0,\ \frac{c}{a-b}\right) \quad \cdots(\text{答})$$

2

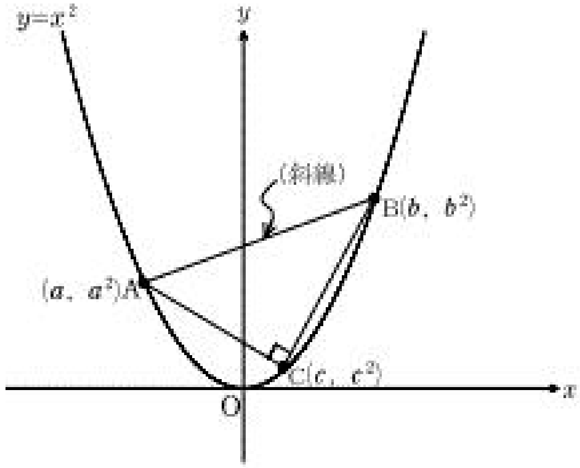
(1) $\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$ より，

（直線ACの傾き）×（直線BCの傾き）$=-1$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{c^2-a^2}{c-a}\times\frac{b^2-c^2}{b-c}=-1$$

$$\Leftrightarrow \quad (c+a)(b+c)=-1 \quad (c+a<0,\ 0<b+c)$$

$$\therefore\ a=-\frac{1}{b+c}-c \qquad \cdots\text{（答）}\cdots①$$



(2)

$$b-a=b-\left(-\frac{1}{b+c}-c\right)$$

$$=b+c+\frac{1}{b+c}$$

$X=b+c(\ >0)$とおく

$$=X+\frac{1}{X}$$

相加・相乗平均の関係

$$\geq 2\sqrt{X\cdot\frac{1}{X}}$$

$$\geq 2$$

等号成立は，$X^2=1 \Leftrightarrow \quad X=1 \Leftrightarrow \quad b+c=1$のとき．

これより，$b-a\geq 2$ （等号成立は，$b+c=1$のとき）は示された．　（証明終）

(3)

$$\mathrm{AB}^2=(b-a)^2+(b^2-a^2)^2$$

$$=(b-a)^2+(b-a)^2(b+a)^2$$

$$=(b-a)^2\left\{1+(b+a)^2\right\}$$

$$\geq 4\left\{1+(b+a)^2\right\} \quad (b+c=1\text{ のとき}) \qquad \cdots②$$

$$\geq 4 \qquad (b+a=0\text{ のとき}) \qquad \cdots③$$

以上より，（ABの最小値）$=2$ 　… （答）

①，②，③より，

$$a=-1,\ b=1,\ c=0$$

$$\therefore\ \mathrm{A}(-1,1),\ \mathrm{B}(1,1),\ \mathrm{C}(0,0) \qquad \cdots\text{（答）}$$

3

(1) r_1, r_2 の各目の値と
$R=|r_1-r_2|$ を表に表す.
下にその確率分布を示す.

※（　）内は既約分数

R	0	1	2	3	4	5
$P(R)$	$\frac{6}{36}$ $\left(\frac{1}{6}\right)$	$\frac{10}{36}$ $\left(\frac{5}{18}\right)$	$\frac{8}{36}$ $\left(\frac{2}{9}\right)$	$\frac{6}{36}$ $\left(\frac{1}{6}\right)$	$\frac{4}{36}$ $\left(\frac{1}{9}\right)$	$\frac{2}{36}$ $\left(\frac{1}{18}\right)$

$r_1 \backslash r_2$	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

(2)
$$P(R\geq 4)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$
同様に，$P(G\geq 4)=\frac{1}{6}$, $R(B\geq 4)=\frac{1}{6}$ より，R, G, B は独立だから，
$$P(R\geq 4 \text{ かつ } G\geq 4 \text{ かつ } B\geq 4)=\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216} \qquad \cdots\text{（答）}$$

(3)
$$\begin{cases} R=0,1,2,3,4,5 \\ G=0,1,2,3,4,5 \\ B=0,1,2,3,4,5 \end{cases}$$
より，$RGB\geq 80$ となるのは，
$$\begin{cases} R=4,5 \\ G=4,5 \\ B=4,5 \end{cases} \quad \text{から}(R, G, B)=(4, 4, 4)\text{を除いたもの.}$$
$$\begin{aligned} \therefore\ P(RGB\geq 80)&=\left(\frac{6}{36}\right)^3-\left(\frac{4}{36}\right)^3 \\ &=\left(\frac{1}{6}\right)^3-\left(\frac{1}{9}\right)^3 \\ &=\frac{1}{216}-\frac{1}{729} \\ &=\frac{27-8}{5832} \\ &=\frac{19}{5832} \qquad \cdots\text{（答）} \end{aligned}$$