

1 三角形 OAB において辺 OA の中点を P, 辺 OB を 1 : 2 に内分する点を Q とする。

OA = 9, OB = 6 であり, 直線 AQ と直線 BP が直交するとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle AOB = \theta$ とするとき, $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (2) 辺 AB の長さを求めよ。

(60 点)

2 放物線 $C: y = x^2$ 上に点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ をとる。ただし, $b < 0 < a$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C の点 A における接線と点 B における接線の交点の座標を求めよ。
- (2) 放物線 C と直線 AB で囲まれる部分の面積 S を求めよ。
- (3) 三角形 OAB の面積を T とするとき, $\frac{T}{S}$ がとりうる値の最大値を求めよ。ただし, O は原点 $(0, 0)$ である。

(60 点)

3 $\alpha + \beta = \alpha\beta$, $|\alpha| = |\beta| = 1$ を満たす複素数 α , β の組をすべて求めよ。

(60 点)

4 区間 $-3 < x < 1$ で定義された関数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x - x^2)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = f(0)$ を解け。
- (2) 不等式 $f(x) \geq 0$ を解け。
- (3) 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。

(70 点)