

数 学

(数学Ⅱ・数学B)

試験時間 120 分

教育学部(学校教育教員養成課程, 生涯教育課程生活環境コース)

問題冊子

問題…… 1 ~ 4 ページ…… 1 ~ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配点…表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に, 問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお, 解答用紙には, 必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは, 切り離さないこと。
6. 配布された解答用紙は, 持ち帰らないこと。
7. 試験終了後, 問題冊子・下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後, 指示があるまでは退室しないこと。

- 1 3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = 1$ および $x = -3$ で極値をとり、極小値は -5 であるものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b, c の値を求めよ。
- (2) 点 $(0, c)$ で曲線 $y = f(x)$ に接する接線の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた接線と曲線 $y = f'(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(60 点)

- 2 次のような群に分けられた数列

$$\begin{array}{cccc} \text{第1群} & \text{第2群} & \text{第3群} & \text{第4群} \\ \hline \frac{1}{2}, & \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, & \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, & \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \end{array} \quad \dots$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 第20項目の数を求めよ。
- (2) 第9群の数 $\frac{7}{10}$ は第何項目になるか。
- (3) 第 n 群に入る数の和を n の式で表せ。
- (4) 第1群から第 n 群までに入る数の和 S_n を n の式で表せ。
- (5) 初項から第 n 項までの数列の和が初めて20をこえるのは第 n 項が第何群の数のときか。

(70 点)

- 3 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $2:1$ に内分する点を C 、辺 AB を $k:(1-k)$ ($0 < k < 1$) に内分する点を D とし、 OD と CB の交点を E とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ および k で表せ。
- (2) $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ および k で表せ。
- (3) $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 5$ 、 $\angle AOB = 120^\circ$ のとき、 $\angle OEB$ が直角になる k の値を求めよ。

(60 点)

- 4 実数 a に対して関数

$$f(x) = |x^2 - (2a - 1)x + a^2 - a| + |x^3 - ax^2 - (8a^2 + 5a + 1)x + 12a^3 + 10a^2 + 2a|$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ の相異なる解は高々 2 個であることを示せ。
- (2) $f(x) = 0$ の相異なる解がちょうど 2 個となるときの a の値とそのときの解を求めよ。
- (3) $f(x) = 0$ の相異なる解がちょうど 1 個となるときの a の値とそのときの解を求めよ。

(60 点)