

平成 21 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅱ・数学B)

試験時間 120 分

教育学部(学校教育教員養成課程, 生涯教育課程生活環境コース)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2
解答用紙…… 4 枚
下書用紙…… 1 枚

配点…表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に, 問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお, 解答用紙には, 必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは, 切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は, 持ち帰らないこと。
7. 試験終了後, 問題冊子, 下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後, 指示があるまでは退室しないこと。

1 $x \geq 3, y \geq 3, x^2y = 3^6$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\log_3 x$ および $\log_3 y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $\log_3 x - \log_3 y$ の最大値と最小値を求めよ。
- (3) $(\log_3 x)(\log_3 y)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (4) m, n を正の整数とする。 $\log_3 x^m + \log_3 y^n$ の最大値と最小値が等しくなるときの m と n の関係式を求めよ。

(60 点)

2 関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + |x|$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ と $x < 0$ それぞれにおいて関数 $y = f(x)$ の導関数を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (3) $a \geq 1$ のとき、直線 $y = ax$ と曲線 $y = f(x)$ は異なる 3 つの共有点をもつことを示せ。
- (4) 半直線 $y = x (x \geq 0)$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。
ただし、 $\int x^3 dx = \frac{1}{4} x^4 + C$ (C は積分定数) を使ってよい。

(60 点)

- 3 平面上に点 O を中心とする半径 1 の円があり、正三角形 ABC はこの円に内接している。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 平面上の点 P に対し

$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{OP}$$

が成り立つことを示せ。

- (2) x が $x > 1$ の範囲にあるすべての実数値をとって変化するとき、

$$x\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OP}$$

を満たす平面上の点 P の描く図形を図示せよ。

- (3) (2)で求めた図形上の点 P が

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = -2$$

を満たすとき、 x の値を求めよ。ただし、 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ はベクトルの内積を表す。

(70 点)

- 4 点 O を原点とする xy 平面において、 x 座標、 y 座標がともに整数であるような点を格子点と呼ぶ。4 以上の整数 n に対して、点 $A(3, 3)$ 、 $P_n(3, n)$ をとり、三角形 OAP_n の内部にある格子点の個数を a_n とする。ただし、三角形 OAP_n の辺上の点は三角形 OAP_n の内部には含めないものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_4, a_5, a_6 を求めよ。
(2) 1 以上の整数 k に対して、 $a_{3k+1}, a_{3k+2}, a_{3k+3}$ を k を用いて表せ。
(3) $a_n = a_{n+1}$ となるのは n がどのようなときかを述べよ。
(4) $a_n \leq 23$ の条件のもとで a_n が最大となるような n をすべて求めよ。

(60 点)