

平成 22 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

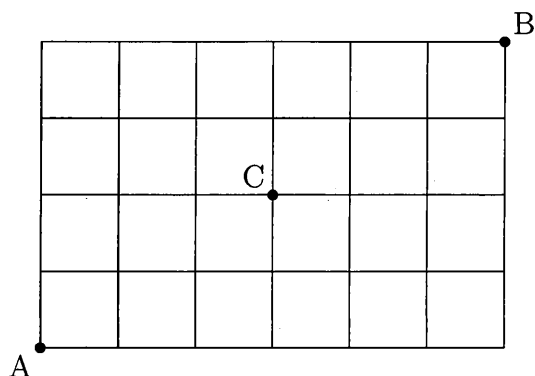
下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

- 1 次のような道路の図において、最も小さい正方形の1辺の長さは1 m であるとする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路は何通りあるかを求めよ。
- (2) A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路のうち、C 地点を通らないものは何通りあるかを求めよ。
- (3) A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路のうち、その経路に含まれる最も長い直線路の長さが 5 m 以上であるものは何通りあるかを求めよ。
- (4) A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路のうち、その経路に含まれる最も長い直線路の長さが 4 m 以上であるものは何通りあるかを求めよ。

(100 点)

- 2 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ と $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ において、次の関係式を考える。

$$AX = XA \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$X^3 = X \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) X が $\textcircled{1}$ を満たすとき、 X を a と c だけを用いて表せ。
- (2) $c = 0$ のとき、 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ を満たす X をすべて求めよ。
- (3) $c \neq 0$ のとき、 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ を満たす X をすべて求めよ。

(100 点)

3 平面上に円 S と 6 点 A, B, C, D, E, F がある。 A, B, C は S 上の異なる 3 点で、この順番で反時計回りに並んでいる。線分 AB を A の側に延長した半直線上に点 D がある。 $\angle CAD$ を二等分する直線 ℓ と円 S は異なる 2 点で交わり、それらは A と E である。さらに、 E は C を含まない S 上の弧 AB 上にある。また、 ℓ は線分 BC を C の側に延長した半直線と交わり、その交点が F である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 題意にしたがって、円 S 、三角形 ABC および点 D, E, F を描け。
- (2) 三角形 ACF と三角形 AEB が相似であることを証明せよ。
- (3) $AB \cdot EF = EB \cdot BF$ となることを証明せよ。

(100 点)

4 xy 平面上の原点を中心として半径 1 の円 C を考える。 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とし、 C 上の点 $(\cos \theta, \sin \theta)$ を P とする。 P で C に接し、さらに y 軸と接する円でその中心が円 C の内部にあるものを S とし、その中心 Q の座標を (u, v) とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) u と v をそれぞれ $\cos \theta$ と $\sin \theta$ を用いて表せ。
- (2) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ としたとき、点 Q の軌跡の式を求めよ。さらに、その軌跡を図示せよ。
- (3) 円 S の面積を $D(\theta)$ とするとき、次の値を求めよ。

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{D(\theta)}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2}$$

(100 点)