

平成 24 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅱ・数学B)

試験時間 120 分

教育学部(学校教育教員養成課程, 生涯教育課程生活環境コース)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2
解答用紙…… 4 枚
下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に, 問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお, 解答用紙には, 必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは, 切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は, 持ち帰らないこと。
7. 試験終了後, 問題冊子, 下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後, 指示があるまでは退室しないこと。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $x^2 + y^2 < 1$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。
- (2) 不等式 $|x| + |y| < 2$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。
- (3) 実数 x, y が $x^2 + y^2 < 5$ をみたすとき, $|x| < 3$ かつ $|y| < 3$ が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の実数 x, y に対して, $|x| + |y| \leq 2\sqrt{x^2 + y^2}$ が成り立つことを示せ。

(60 点)

2 n を自然数とし, 3つの不等式 $y \leq -\frac{x}{n} + 2, x \geq 0, y \geq 0$ をすべてみたす整数の組 (x, y) の個数を a_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2 の値を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) a_n を n の式で表せ。
- (4) $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とする。このとき, $S_n = 510$ となる n を求めよ。

(60 点)

3 点 O を中心とする半径 1 の円に内接する正十角形の隣り合う頂点を A, B とする。また、 $\angle OAB$ の二等分線と直線 OB の交点を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle OAB$ は相似になることを示せ。
- (2) 辺 AB の長さを求めよ。
- (3) $\cos \frac{2\pi}{5}$ を求めよ。
- (4) 半径 1 の円に内接する正五角形の一辺の長さを求めよ。

(60 点)

4 3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ について次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が $x = \alpha$ で極大値を、 $x = \beta$ で極小値を持ち、 $f(\alpha) - f(\beta) = 4$ とする。
 - (i) $\beta - \alpha$ を a, b の式で表せ。
 - (ii) a, b の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ に点 $(0, 8)$ から引いた接線の本数がちょうど 2 本あるとする。
 - (i) $x = t$ における接線の方程式を求めよ。
 - (ii) a の値を求めよ。
- (3) (1), (2) がともに成り立つとき、 2 本の接線をそれぞれ求めよ。
- (4) (3) で求めた 2 本の接線と曲線 $y = f(x)$ とで囲まれる図形の面積を求めよ。

(70 点)