

平成 24 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)

医学部(医学科)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $x^2 + y^2 < 1$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。
- (2) 不等式 $|x| + |y| < 2$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。
- (3) 実数 x, y が $x^2 + y^2 < 5$ をみたすとき、 $|x| < 3$ かつ $|y| < 3$ が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の実数 x, y に対して、 $|x| + |y| \leq 2\sqrt{x^2 + y^2}$ が成り立つことを示せ。

(100 点)

2 各項が正の実数である数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, \dots$) に対し、第 1 項から第 n 項までの和を S_n とおく。 a_n と S_n の間に次の関係が成り立っているとする。

$$S_n = \frac{1}{2} a_n^2 + \frac{1}{2} a_n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(100 点)

3 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を負でない実数を成分とする行列とし、 C を原点を中心とする半径 5 の円とする。

円 C 上の任意の点 (x, y) に対して $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で与えられる X, Y は常に $9X^2 - 16Y^2 = 0$ をみたしているとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $A \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ を a, b, c, d を用いて表せ。
- (2) $c = 0$ のとき、 b を d で表せ。
- (3) $A \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ となる A を 1 つ求めよ。

(100 点)

4 次の問いに答えよ。

- (1) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \log(1+x) dx$$

- (2) 関数 $f(x)$ が区間 $[0, 1]$ で連続な増加関数であって、常に $f(x) \geq 0$ であるものとする。

また、 n を自然数とする。このとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$0 \leq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) - \int_0^1 f(x) dx \leq \frac{1}{n} \{f(1) - f(0)\}$$

- (3) $f(x) = \log(1+x)$ に対して (2) の結果を用いて、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \log \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\} \right]$$

(100 点)