

平成 25 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)

医学部(医学科)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

- 1 座標平面において、点 $(0, 5)$ を通り、直線 $y = x$ と点 (a, a) で接する円 C について、次の問いに答えよ。

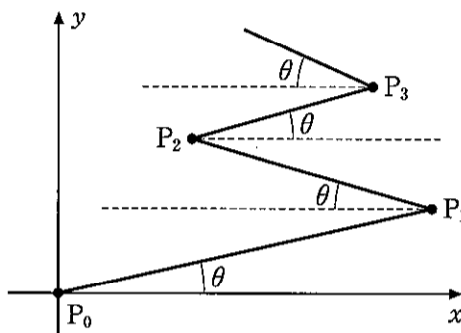
- (1) 点 $(0, 5)$ と直線 $y = x$ と点 (a, a) がかけられているとき、コンパスと目盛りのない定規を用いて、円 C を作図する手順を説明せよ。
- (2) 円 C の方程式を求めよ。
- (3) 円 C の中心の座標を (s, t) とするとき、

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(s + t), \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2}(-s + t)$$

とおく。このとき、 a の値が変化するときの点 (x, y) の軌跡を座標平面に図示せよ。

(100 点)

- 2 座標平面において、点 P_0 を原点として、点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ を下図のようにとっていく(点線は x 軸と平行)。ただし、 $P_{n-1}P_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ ($n \geq 1$)、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) $P_0P_1 + P_1P_2 + \dots + P_{n-1}P_n + \dots$ を求めよ。
- (2) P_n の座標を n と θ を用いて表せ。
- (3) n を限りなく大きくするとき、点 P_n はどのような点に近づくか、その点の座標を求めよ。

(100 点)

3 $\log_{10} 3 = a$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $3^{20} > 10^9$, $3^{25} < 10^{12}$ を示せ。
- (2) $0.45 < a < 0.48$ を示せ。
- (3) $6.54 < 15a - a^2 < 6.97$ を示せ。
- (4) 次の2つの不等式をともにみたす実数の組 (x, y) は存在しないことを示せ。

$$\begin{cases} x^2 - 2(1+a)x + y^2 - 4(2-a)y + a^2 - 2a + 8 \leq 0 \\ x^2 - 6(2+a)x + y^2 - 2(3-a)y + 9a^2 + 38a + 29 \leq 0 \end{cases}$$

(100 点)

4 関数 $f(x) = x^3 e^{-9x}$ と実数 a に対して、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で、 $f(x) = a$ をみたす実数 x の個数を求めよ。
- (3) $-\frac{5}{3}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{3}\pi$ の範囲で、 $f(\cos \theta) = a$ をみたす実数 θ がちょうど6個存在するような a の範囲を求めよ。

(100 点)