

平成 26 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅱ・数学B)

試験時間 120 分

教育学部(学校教育教員養成課程, 生涯教育課程生活環境コース)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に, 問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお, 解答用紙には, 必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは, 切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は, 持ち帰らないこと。
7. 試験終了後, 問題冊子, 下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後, 指示があるまでは退室しないこと。

1 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。関数 $f(x) = (x - \cos \theta + \sin \theta)^2 + 2 \sin^2 \theta - 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持つような θ の範囲を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持つとき、その二つの解を α, β とする。このとき、 $\alpha + \beta$ の最大値および最小値を求めよ。
- (3) 関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる部分の面積が $\frac{\sqrt{2}}{3}$ となるときの θ の値を求めよ。

(60 点)

2 1 辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ とする。線分 BC を 1:2 に内分する点を G とおき、正の実数 t に対して DE を $t:1$ に内分する点を H とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{FG}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{AH}$ を $\vec{a}, \vec{b}, t$ を用いて表せ。
- (4) $\overrightarrow{FG}$ と $\overrightarrow{AH}$ が垂直に交わる時、 t を求めよ。
- (5) (4)において、その交点を O としたとき、 $\overrightarrow{AO}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
- (6) (5)の点 O に対して、線分 AO の長さを求めよ。

(70 点)

3 丸いピザを包丁で、まっすぐに切る。1回切るとどんな切り方をしてもピザは2片に分割される。2回だと3片か4片に分割される。このとき、 n 回切ったときの最大分割数を a_n とおく。例えば $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 7$ である。次の問いに答えよ。

- (1) $a_3 \geq 7$, $a_4 \geq 11$, $a_5 \geq 16$ であることを図により確かめよ。
- (2) n 回目に新しく切ったとき、その切り口はいくつかの線分に分かれる。その線分の数を p_n とおく。上手に切れば、

$$a_{n+1} = a_n + p_{n+1}$$

となる。このときの p_{n+1} を求めよ。

- (3) a_n を求めよ。
- (4) 100 片以上に分割するには最低何回切ればよいか。

(60 点)

4 $f(x) = x(x-1)(x+1)$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ が極大、極小になるときの x と、その極大値、極小値を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (3) x が $|x-1| < \frac{1}{2}$ をみたすとき、点 $(x, f(x))$ は点 $(1, 0)$ を中心とする半径 3 の円の内部に含まれることを示せ。
- (4) 1 以下の正の数 r に対して、 x が $|x-1| < r$ の範囲を動くとき、点 $(x, f(x))$ は点 $(1, 0)$ を中心とする半径 $10r$ の円の内部に含まれることを示せ。

(60 点)