

平成 27 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅱ・数学B)

試験時間 120 分

教育学部(学校教育教員養成課程)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

- 1 方程式 $x^2 + y^2 + 2kx - 4ky + 10k - 20 = 0$ の表す図形 C を考える。
ただし、 k は実数とする。次の問いに答えよ。

- (1) 図形 C は円であることを示せ。
- (2) 図形 C は k がどのような値であっても定点を通る。その定点の座標を求めよ。
- (3) 図形 C で囲まれる部分の面積の最小値を求めよ。
- (4) 図形 C と直線 $y = x - 2$ の共有点の個数を求めよ。

(60 点)

- 2 次の条件 (イ)、(ロ) によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

(イ) $a_1 = \sqrt{2} + 1$

(ロ) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$a_{n+1} = \begin{cases} -\sqrt{2} a_n - 1 & (a_n < 10 \text{ のとき}) \\ (\sqrt{2} - 1) a_n + 6 & (a_n > 10 \text{ のとき}) \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。
- (2) $n \geq 5$ のとき、 $a_n > 10$ であることを示せ。
- (3) $n \geq 5$ のとき、 a_n を n の式で表せ。

(60 点)

3 1 辺の長さが 1 の正四面体を $OABC$ とし、 A から平面 OBC に下した垂線を AH とする。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) $\overrightarrow{AH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。
- (3) $\overrightarrow{AH}$ の大きさ $|\overrightarrow{AH}|$ を求めよ。
- (4) $\triangle OBC$ の面積を求めよ。
- (5) 正四面体の体積 V を求めよ。

(70 点)

4 $0 \leq t < 2\pi$ とする。関数 $f(x) = 2x^2 + (2 + \sin t)x + \cos^2 t - 2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $t = \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = f(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) t がどのような値であっても、 $y = f(x)$ のグラフは x 軸と異なる 2 つの共有点を持つことを示せ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフが、 x 軸から切り取る線分の長さの最小値を求めよ。
- (4) (3) のとき、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(60 点)