

平成 27 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)

医学部(医学科)

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

1 の解答要領……小問(1)は必答であり、小問(2)は(i)～(iii)から 1 題選択して解答すること。(2)は解答した問題番号を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1 次の問いに答えよ。

(1) $|x+1| < \frac{1}{2}$, $|y-2| < \frac{1}{3}$ のとき

$$|-8x^3 + 12xy + 3y^2 + 4| < 10$$

を示せ。

(2) 次の3題(i)～(iii)から1題選択して解答せよ。解答した問題番号を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

(i) 12個のサイコロを同時に投げたとき、1の目がちょうど n 個出る確率を P_n とする。

P_n は $n=2$ のとき最大になることを示せ。

(ii) a を正の整数とし、 p, q を素数とする。このとき、2次方程式

$$ax^2 - px + q = 0$$

の2解が整数となるような組 (a, p, q) をすべて求めよ。

(iii) $\triangle ABC$ の辺BC上に、異なる2点X, Yを、BXYCの順に並ぶように選ぶ。Xを通りABに平行な直線と、Yを通りACに平行な直線との交点をPとし、直線APと辺BCとの交点をZとする。このとき

$$\frac{CY}{BX} = \frac{YZ}{XZ}$$

となることを示せ。

(100点)

2 関数 $f(x) = nx^2 - 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)x + (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ を考える。ただし、 n は正の整数で、 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ は実数である。次の問いに答えよ。

(1) $n=1$ および $n=2$ のとき、常に $f(x) \geq 0$ であることを示せ。

(2) すべての n に対し、常に $f(x) \geq 0$ であることを示せ。

(3) $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 \leq n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ であることを示せ。

(4) $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 = n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$ であれば、 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ はすべて等しいことを示せ。

(100点)

3 c を実数として、次の条件(イ), (ロ)によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

(イ) $a_1 = 0$

(ロ) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + c & (a_n < 5 \text{ のとき}) \\ a_n - 5 & (5 \leq a_n < 10 \text{ のとき}) \\ 2a_n - c + 1 & (a_n \geq 10 \text{ のとき}) \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

- (1) $c = 5$ のとき, $\{a_n\}$ を求めよ。
- (2) $c = 10$ のとき, $\{a_n\}$ を求めよ。
- (3) $c < 5$ のとき, $a_n < 10$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。
- (4) $c = \frac{16}{3}$ のとき, $a_n > 1000$ をみたす最小の n を求めよ。

(100 点)

4 次の問いに答えよ。ただし, a は正の実数で $a \neq 1$ とする。

- (1) $a^x = e^{f(x)}$ をみたす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 不定積分 $\int a^x dx$ を求めよ。
- (3) $3^{|1-x|}(1+|y|) \leq 3$ をみたす実数の組 (x, y) の範囲を xy 平面上に図示せよ。
- (4) (3)で図示された範囲の面積を求めよ。

(100 点)

