

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはならない。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(2 ページ)、記述式解答用紙(甲)1 枚、記述式解答用紙(乙)1 枚から構成されている。過不足があれば監督者に申し出ること。
3. 監督者の指示に従って、2 枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ 2 カ所、合計 4 カ所)に受験番号を記入すること。
4. 試験用紙の中に、印刷が不鮮明な箇所や汚れなどがある場合には、監督者に申し出ること。
5. 解答はすべて HB の黒鉛筆または HB・0.5mm 以上の芯のシャープペンシルで記入すること。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入すること。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはならない。下書きなどには問題用紙の余白を利用すること。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置くこと。
8. 試験時間中は不審な行動をとらないこと。不正行為を行った受験生に対しては、全科目を無効とする。
9. 試験時間の途中で退場することはできない。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出ること。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめること。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ること。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔 1 〕 次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ で表される一次変換によって、直線 $y = mx + 5$ がそれ自身に移されるとき、 $a = \text{ (ア) }$ 、 $m = \text{ (イ) }$ である。

(2) 関数 $f(x) = \sin x + \text{ (ウ) } \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) は、 $x = \frac{5\pi}{6}$ のとき最大となり、 $x = \text{ (エ) }$ のとき最小となる。

(3) n および k を自然数とすると、連続する自然数の和 $n + (n+1) + \cdots + (n+k)$ が 35 となる n と k の組 (n, k) は全部で (オ) 個ある。そのなかで、 n が最小である組は (カ) , (キ)) であり、 n が最大である組は (ク) , (ケ)) である。

〔 2 〕 半径が a の球と、高さが a で底面の半径が r の直円すいがあり、球の中心と直円すいの頂点とが一致している。このとき、これら 2 つの立体の共通部分の体積 V を a と r の式で表せ。ただし、球および直円すいは内部を含むものとする。

〔 3 〕 xy 平面上に曲線 $C: y = x^3 - 4x$ があり、 C を x 軸方向に k 、 y 軸方向に k だけ平行移動した曲線を C' とする。ただし、 $k > 0$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) x 座標が α である点で曲線 C に接する直線の方程式を求めよ。

(2) x 座標が β である点で曲線 C' に接する直線の方程式を求めよ。

(3) 曲線 C に接し、かつ曲線 C' に接する直線 ℓ は何本存在するか。