

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはならない。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(2 ページ)、記述式解答用紙(甲) 1 枚、記述式解答用紙(乙) 1 枚から構成されている。過不足があれば監督者に申し出ること。
3. 監督者の指示に従って、2 枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ 2 カ所、合計 4 カ所)に受験番号を記入すること。
4. 試験用紙の中に、印刷が不鮮明な箇所や汚れなどがある場合には、監督者に申し出ること。
5. 解答はすべて HB の黒鉛筆または HB・0.5mm 以上の芯のシャープペンシルで記入すること。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入すること。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはならない。下書きなどには問題用紙の余白を利用すること。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置くこと。
8. 試験時間中は不審な行動をとらないこと。不正行為を行った受験生に対しては、全科目を無効とする。
9. 試験時間の途中で退場することはできない。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出ること。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめること。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ること。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する数値または式を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$, $\angle A = 60^\circ$ である三角形 ABC の辺 BC の中点を M とする。このとき、

$\overline{BC} = \text{ (ア) }$ であり、 $\angle B$ の正弦 $\sin B = \text{ (イ) }$, かつ、 $\overline{AM} = \text{ (ウ) }$ である。

(2) $x > 0$, $y > 0$ として連立方程式 $2^x = 3^y$, $x^2 = y^3$ の解を底が 2 の対数を用いて表せば、

$x = \text{ (エ) }$, $y = \text{ (オ) }$ である。

(3) $a_1 = 2$, $b_1 = 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 3b_{n-1}$, $b_n = 3a_{n-1} + 2b_{n-1}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) によって定義される 2

つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。このとき、 $a_n + b_n$, a_n および b_n を n の式で表せば、 $a_n + b_n = \text{ (カ) }$,

$a_n = \text{ (キ) }$, $b_n = \text{ (ク) }$ である。

〔2〕

曲線 $C: y = (x - k)^2 + k$ と $C': y = -x^2 + 4$ が 2 つの交点をもつとき、次の問いに答えよ。

(1) k のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 2 つの交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とするとき、曲線 C と C' とで囲まれる図形の面積 S を、 α, β を用いて表せ。

(3) k が (1) で求めた範囲で変化するとき、面積 S の最大値を求めよ。

〔3〕

三角形 OAB において、辺 AB を 1 : 2 に内分する点 C から、辺 OA, OB に下した垂線の足をそれぞれ D, E とする。D は 辺 OA を 5 : 1 に内分し、E は 辺 OB を 3 : 1 に内分している。このとき、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ として、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) $\vec{a}$ の大きさ $|\vec{a}|$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を用いて表せ。

(4) 三角形 OAB の 3 辺の長さの比 $\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{AB}$ を求めよ。