

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはならない。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(2 ページ)、記述式解答用紙(甲) 1 枚、記述式解答用紙(乙) 1 枚から構成されている。過不足があれば監督者に申し出ること。
3. 監督者の指示に従って、2 枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ 2 カ所、合計 4 カ所)に受験番号を記入すること。
4. 試験用紙の中に、印刷が不鮮明な箇所や汚れなどがある場合には、監督者に申し出ること。
5. 解答はすべて HB の黒鉛筆または HB・0.5mm 以上の芯のシャープペンシルで記入すること。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入すること。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはならない。下書きなどには問題用紙の余白を利用すること。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置くこと。
8. 試験時間中は不審な行動をとらないこと。不正行為を行った受験生に対しては、全科目を無効とする。
9. 試験時間の途中で退場することはできない。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出ること。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめること。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ること。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) x の2次方程式 $(k-1)x^2 + x + (k-1) = 0$ が異なる2つの実数解をもつとき、 k の値は、

(ア) $< k < \input{type="text"} (イ) \input{type="text"}$ または、 (イ) $< k < \input{type="text"} (ウ) \input{type="text"}$ の範囲にある。さらに、異なる

2つの実数解 α, β が、 $|\alpha - \beta| = \sqrt{5}$ を満たすのは、 k の値が、 (エ) または (オ) のときである。

(2) $\log_a(x+1) + \log_a(2-x) = -1$ を満たす実数 x が存在するためには、 a は、 (カ) $\leq a < \input{type="text"} (キ) \input{type="text"}$

または (ク) $< a$ の範囲になければならない。

〔2〕

数列 $\{a_n\}$ を関係式 $a_1 = 1, a_{k+1} - a_k = \int_{k-1}^k (2x^2 - 5x - 3) dx$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) によって定義するとき、次の問いに答えよ。

(1) a_n を n の式で表せ。

(2) a_n が最小となる n の値と、そのときの a_n の値を求めよ。

〔3〕

3辺の長さが $\overline{OA} = 7, \overline{OB} = 5, \overline{AB} = 9$ である三角形 OAB において、 $\angle AOB = \alpha, \angle BAO = \beta$ とするとき、辺 AB 上の点 P を $\angle AOP = \frac{\alpha - \beta}{2}$ となるようにとる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 三角形 BOP は二等辺三角形であることを示せ。

(2) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の内積の値を求めよ。

(3) $\overrightarrow{OP}$ の大きさを求めよ。

(4) 線分 OP の延長線上に点 Q を、四辺形 $OAQB$ が円に内接するようにとるとき、 $\overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{OP}$ となる実数 k の値を求めよ。