

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) $a = \log_2 12$ とおくとき、 $\log_2 3$, $\log_3 12$ を a の式で表すと $\log_2 3 =$ (ア) , $\log_3 12 =$ (イ) である。

(2) $k > 0$ に対して、定積分 $\int_{-\frac{1}{k}}^k x^2 dx$ は $k =$ (ウ) のとき最小値 (エ) をとる。

(3) 三角形 ABC において、 $CA = 3$, $CB = 2$, $\angle ACB = 60^\circ$ であるとする。 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ とおくと、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は (オ) である。また、三角形 ABC の外接円の中心を P とし、 $\overrightarrow{CP} = \vec{p}$ とおくと $\vec{p} =$ (カ) $\vec{a} +$ (キ) $\vec{b}$ である。

〔2〕

数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = 2$ および $a_{n+1} = 2a_n + n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

(1) p, q, r を定数とする。一般項が $b_n = pn^2 + qn + r$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ が

$$b_{n+1} = 2b_n + n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすように、 p, q, r を定めよ。

(2) (1) の数列 $\{b_n\}$ に対して、 $c_n = a_n - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、 c_{n+1} と c_n の間に成り立つ関係式を求めよ。また、 c_n を n の式で表せ。

(3) a_n を n の式で表せ。

〔3〕

xy 平面において、曲線 $y = x^2$ を C 、直線 $y = kx - \frac{1}{3}$ を ℓ とする。 C と ℓ が異なる 2 つの共有点 P 、 Q を持つとき、次の問いに答えよ。

(1) 実数 k の値の範囲を求めよ。

(2) P を通り、 P における C の接線に垂直な直線を m 、 Q を通り、 Q における C の接線に垂直な直線を n とするとき、 m と n の交点 R の座標を求めよ。

(3) k が (1) で求めた範囲で変化するとき、(2) で求めた点 R はどのような図形の上を動くか。