

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔 1 〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

n を 3 以上の自然数とし、 a を正の実数とする。 xy 平面上に 2 曲線 $y = ax^n$ と $y = x^2 - b$ がある。これらの 2 曲線が $x > 0$ の範囲で共有点 P を持ち、かつ P における 2 曲線の接線が一致するとき、 P の x 座標を a と n の式で表すと (ア) であり、 b を a と n の式で表すと $b =$ (イ) である。また、 a が $a \geq 2$ の範囲で変化するとき、 P は $y =$ (ウ) ((エ) $< x \leq$ (オ)) で表される曲線上を動く。ここで、 (ウ) は x と n の式、 (エ) は数値、 (オ) は n の式である。

〔2〕

自然数 a, b, c, p, q が関係式

$$\begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

を満たしているとき、次の問いに答えよ.

- (1) a, b を c, p, q を用いて表せ.
- (2) c は a と b の最大公約数であることを示せ.

〔3〕

空間内に異なる4点 O, A, B, C があり、ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ は互いに直交している、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおき、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ の大きさをそれぞれ a, b, c とするとき、次の問いに答えよ.

(1) 三角形 ABC の面積 S を a, b, c で表せ.

(2) 点 P を $\overrightarrow{OP} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ であるようにとる. P から、3点 A, B, C が定める平面に垂線を下し、その垂線と平面との交点を Q とするとき、 $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, a, b, c$ で表せ.

〔4〕

xy 平面上に 2 曲線 $C_1: y = e^x - 2$ と $C_2: y = 3e^{-x}$ がある. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) C_1 と C_2 の共有点 P の座標を求めよ.

(2) 点 P を通る直線 ℓ が, C_1 , C_2 および y 軸によって囲まれた部分の面積を二等分するとき, ℓ の方程式を求めよ.

〔5〕

a, k を実数とする. 関係式

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \{ \sin(x + a) - k \cos x \}^2 dx = 1$$

を満たす a が存在するような k の値はどのような範囲にあるか. その範囲を求めよ.