

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) z についての2次方程式 $z^2 - 2z \cos \theta + 1 = 0$ (ただし $0^\circ < \theta < 180^\circ$) の複素数解を α, β とすると、
 $\alpha = \text{ (ア) } + \text{ (イ) } i, \beta = \text{ (ア) } - \text{ (イ) } i$ である。また、 $\theta = 45^\circ$ のとき、 $\alpha^n + \beta^n = -2$ となる正の整数 n はすべて奇数の (ウ) 倍の形をしている。ただし、 $i^2 = -1$ とする。

- (2) 直線 $y = 2x$ を ℓ 、曲線 $y = x^2 - x$ を C とし、 ℓ と C との原点以外の共有点を A とする。点 O, A 以外で線分 OA と交わるように y 軸に平行な直線 $x = t$ を引き、 ℓ, C との交点をそれぞれ P, Q とすると、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ とベクトル $\overrightarrow{OQ}$ の内積を最小にする t の値は (エ) であり、その最小値は (オ) である。
 また、三角形 POQ において $\angle POQ$ は (カ) $< t < \text{ (キ) }$ のとき鋭角となり、 $t = \text{ (ク) }$ のとき直角、 (ケ) $< t < \text{ (コ) }$ のとき鈍角となる。

〔2〕

xy 平面において、2 次曲線 $C: y = x^2 - px + q$ の頂点 R が 2 次曲線 $C_0: y = x^2$ の上を点 $O(0, 0)$ から点 $A(1, 1)$ まで動くとき、 C, C_0 および直線 $x = 1$ で囲まれる図形の面積 S を p の式で表し、 S の最大値を求めよ.

〔3〕

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, x の 2 次式 $f_n(x) = a_n x^2 + b_n x + c_n$ があり, 次の関係式を満たしている.

$$f_1(x) = x^2 + 1$$

$$f_{n+1}(x) = \frac{d}{dx}\{(x+1)f_n(x)\}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $f_2(x)$ を求めよ.

(2) a_{n+1}, b_{n+1} および c_{n+1} の各々を, a_n, b_n, c_n を用いて表せ.

(3) $f_n(x)$ を求めよ.