

〔1〕

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) $f(x) = \text{ (ア) } x^2 + \text{ (イ) } x + \text{ (ウ) }$ とする。このとき、2次曲線 $y = f(x)$ の頂点の座標は $(2, 9)$ で、 $\int_{-1}^5 f(x) dx = 0$ 、 $f'(\text{ (エ) }) = 30$ である。

(2) 2次方程式 $x^2 \log_{10} 2 + 3x \log_{10} 5 + \text{ (オ) } = 0$ の解は $x = -\frac{3}{\log_{10} 2}$ と $x = \text{ (カ) }$ である。

(3) xy 平面上に3点 $O(0, 0)$ 、 $A(5, 0)$ 、 $B(2, 3)$ がある。Aから直線 OB に下した垂線とBから直線 OA に下した垂線との交点を P とすると、

$$\overrightarrow{OP} = \text{ (キ) } \overrightarrow{OA} + \text{ (ク) } \overrightarrow{OB}, \quad \angle AOP = \text{ (ケ) }$$

である。

〔2〕 a, b を実数とする. 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2 - 2$ が $f(-1) = 0$ を満たすとき, 次の問いに答えよ.

(1) a, b が満たす関係式を求めよ.

(2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解 $-1, t, 2t$ を持ち, これらの解の中で最も大きいものが t であるとき, a, b の値を求めよ.

〔3〕

2つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が

$$\begin{cases} a_n = \frac{4}{3}a_{n-1} + \frac{2}{3}b_{n-1} - 1 \\ b_n = \frac{1}{3}a_{n-1} + \frac{5}{3}b_{n-1} + 1 \end{cases} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

$$a_1 = 1, b_1 = 0$$

を満たしている. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $c_n = a_n + pb_n$ とおくとき, $c_n = qc_{n-1} + r$ となるような定数 p, q, r の組を2つ求めよ.

(2) a_n, b_n を求めよ.