

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) a を正の実数 (ただし, $a \neq \frac{1}{2}$), $f(x) = ax^2 + x + 1$, $g(x) = f(x) - f'(x)$ とする. 実数 p に対して, $\int_0^p g(x) dx$ を a, p の式で表すと (ア) である. これを p の関数とみなすと, 極値をとるのは $p = 0$ のときと, p と a の間に関係式 (イ) が成り立つときである. 関係式 (イ) において, p が限りなく 0 に近づくとき, $\frac{1}{a}$ は限りなく (ウ) に近づく.

- (2) 実数 t に対して, 複素数 $w = \frac{it}{t+2i}$ とする. $w = x + yi$ (ただし, x, y は実数) とおくとき, x, y を t の式で表すと

$$x = \text{ (エ)}, \quad y = \text{ (オ)}$$

である. また, t が実数の範囲を変化するとき, w は, 複素数平面上で, 中心が (カ) + (キ) i , 半径が (ク) の円周上を動く. ここで, $i^2 = -1$ であり, (カ), (キ) は実数である.

〔2〕

1 から n までの番号の付いた n 枚のカードと 1 から n までの番号の付いた n 個の箱がある. この n 枚のカードを n 個の箱に 1 枚ずつ入れるとき, 「カードの番号が箱の番号と一致するカードの枚数がちょうど k 枚である」という事象の場合の数を $A(n, k)$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $A(n, n)$, $A(n, n-1)$ の値はいくらか.

(2) $A(1, 0)$, $A(2, 0)$, $A(3, 0)$ の値はいくらか. 理由を付けて答えよ.

(3) 以下の考察において, に適する式または数値を, 解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ. 途中の計算を書く必要はない.

「 n 枚のカードのうち, 特定の k 枚のカードのみ, カードの番号が箱の番号と一致している」という事象の場合の数は, 「 (a) 枚のどのカードもカードの番号と箱の番号とが一致しない」という事象の場合の数と同じであるから, $A(\text{ (b) }, \text{ (c) })$ に等しい. さらに n 枚のカードから k 枚のカードを選び出す場合の数を考え合わせると,

$$A(n, k) = \text{ (d) } \cdot A(\text{ (b) }, \text{ (c) })$$

が成立する.

(4) $A(4, 2)$, $A(4, 1)$, $A(4, 0)$ を求めよ.

〔 3 〕

関数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$ および $g(x) = x - 1$ について、次の問いに答えよ.

(1) xy 平面上において、次の連立不等式の表す領域 D を図示せよ.

$$\begin{cases} y \leq f(x) \\ y \geq g(x) \\ x \geq 0 \end{cases}$$

(2) 点 (x, y) が領域 D の点であるとき、 $k = 2x + y$ の最大値と最小値を求めよ.