

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 1 から 5 の番号のついた 5 枚のカードがある。5 枚から 3 枚を取り出し一列に並べて 3 桁の数字を作るとき、その数字が偶数である場合は、 (ア) 通りであり、3 の倍数である場合は、 (イ) 通りである。

- (2) a を実数とする。実数 x, y が方程式

$$\frac{xy - x - y + (xy + x + y)i}{1 + i} = \frac{5a - 5ai}{2 - i}$$

を満たすとき、 $xy, x + y$ を a を用いて表すと、 $xy =$ (ウ) , $x + y =$ (エ) である。従って、この方程式を満たす実数 x, y が存在するためには、 $a \leq$ (オ) または (カ) $\leq a$ でなければならない。ただし、 $i^2 = -1$ とする。

- (3) 初項 a_1 と公差とが共に (キ) である等差数列を $\{a_n\}$ 、初項 $b_1 = 1$ 、公比 (ク) の等比数列を $\{b_n\}$ とし、 $c_n = a_n b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、 $c_3 = 6$ 、 $c_6 = 96$ であり、 $c_n > 1000$ を満たす最小の n は (ケ) である。

〔 2 〕

四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とすると、 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $|\vec{c} - \vec{a}| = \sqrt{3}$ である．また、 $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ がなす角 $\angle AOB$ は 60° 、 $\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OC}$ がなす角 $\angle BOC$ は 30° 、 $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{OA}$ がなす角 $\angle COA$ は 60° である．このとき、次の問いに答えよ．

(1) $\vec{c}$ の大きさ $|\vec{c}|$ を求めよ．

(2) 線分 AB を $x : (1 - x)$ (ただし、 $0 < x < 1$) の比に内分する点を P とするとき、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ の大きさおよび三角形 OPC の面積 S を x の式で表せ．また、 x が変化するとき、 S を最小にする x の値とその最小値を求めよ．

〔3〕

a を $a \geq 0$ である実数とし，関数 $f(x)$ を $f(x) = \begin{cases} x^2 + (1+a)x & (x \leq 0) \\ -x^2 + (1-a)x & (x > 0) \end{cases}$ で定める． xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とし，直線 $y = -ax$ を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) 曲線 C と直線 ℓ の共有点の x 座標を求めよ．
- (2) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を a の式で表せ．
- (3) $S = \frac{3}{2}$ を満たす a の値を求めよ．