

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) k を実数とする. $(1+x+kx^2)^6$ を x について展開すると, x^3 の係数は (ア) , x^4 の係数は (イ) である. x^4 の係数の値が最小になるのは, $k =$ (ウ) のときである.

(2) 複素数 z が $z + \frac{1}{z} = 2\sin\theta$ (ただし, θ は実数) を満たすとき,

$z - \frac{1}{z} =$ (エ) $\cos\theta +$ (オ) $\sin\theta$ または (カ) $\cos\theta +$ (キ) $\sin\theta$ である.

また, n が自然数のとき,

$z^{2n} + \frac{1}{z^{2n}} =$ (ク) $\cos(2n\theta) +$ (ケ) $\sin(2n\theta)$ である.

[2]

積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - kx)^2 dx$ の値を最小にする実数 k の値と、そのときの積分値を求めよ.

[3]

次の問いに答えよ．ただし， n は自然数である．

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ のとき,}$$

$$A^2 - (a + d)A + (ad - bc)E = O$$

が成り立つことを示せ．

$$(2) \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ のとき, } B^n, C^n \text{ を求めよ.}$$

(3) (2) の行列 B, C について，行列の積 BC と CB を求めよ．

(4) (2) の行列 B, C について， $(B + C)^n$ を求めよ．

[4] k を自然数とする. 自然数 n に対して, 区間 $2n\pi < x \leq 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ における方程式 $\sin x = \frac{1}{k\pi}x$ の解の個数を求めよ.

〔5〕

a, b, c を自然数とするとき、次の問いに答えよ.

- (1) a が 3 の倍数でないならば、 $a^2 - 1$ は 3 の倍数であることを示せ.
- (2) $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つとき、 a, b の少なくとも一方は 3 の倍数であることを示せ.
- (3) a, b が互いに素で、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つとき、 c は奇数であることを示せ.