

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

- (1) a, b を実数とする. 関数 $f(x) = ax^3 + bx^2$ において, $f'(2) = pf(-1) + qf(1)$ が a, b のとり方に関係なく成立する実数 p, q は $p = \text{ (ア) }$, $q = \text{ (イ) }$ である.
- (2) xy 平面上に放物線 $C: y = -x^2 + 1$ がある. a を $0 < a < 1$ である実数とする. 点 $(a, -a^2 + 1)$ における C の接線 ℓ の方程式は $y = \text{ (ウ) }$ である. このとき, y 軸, 放物線 C , 直線 ℓ で囲まれた図形の面積と, 直線 $x = 1$, 放物線 C , 直線 ℓ で囲まれた図形の面積との和を S とすると $S = \text{ (エ) }$ であり, a が $0 < a < 1$ の範囲で変化するとき S は $\text{ (オ) } \leq S < \text{ (カ) }$ の範囲の値をとる.
- (3) 空間内にベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ があり, $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{13}$ とする. このとき, ベクトル $\vec{c} = \cos \theta \vec{a} + \sin \theta \vec{b}$ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$) の大きさを考える. $|\vec{c}|^2 = \text{ (キ) } \sin 2\theta + \text{ (ク) } \cos 2\theta + 10$ と表されるので, $|\vec{c}|$ の最大値は (ケ) であり, 最小値は (コ) である.

〔2〕

$A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ を一辺の長さが 1 の正六角形とするとき、次の問いに答えよ.

- (1) $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ から異なる 3 頂点を選ぶとき、その 3 点を頂点とする三角形の面積のとり得る値をすべて求めよ.
- (2) 1 個のさいころを 3 回投げる. 出た目 p, q, r に対して 3 点 A_p, A_q, A_r が三角形をなし、その面積が $\frac{1}{2}$ 以上 1 以下になる確率を求めよ.

〔3〕

x の関数 $f(x) = 2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax$ ($0 < a < 1$) がある．次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつような a の範囲を求めよ．

(2) 方程式 $f(x) = 0$ が 1 つの実数解と異なる 2 つの虚数解 $p \pm qi$ をもつとする (p, q は実数, $i^2 = -1$)．

このとき, $S = 3p^2 - 5q^2$ を a の式で表し, S の最小値とそのときの a の値を求めよ．