

[1]

(1) ア  $-160$

イ  $240$

(2) ウ  $\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \right)^{n-1}$

エ  $\left( \frac{3}{2} \right)^n - 1$

オ  $23$

(3) カ  $\frac{5}{2}$

キ  $\frac{5}{3}$

[2]

ア  $t^3 - 3a^2t$

イ  $-a$

ウ  $a$

エ  $-1 + 3a^2$

オ  $2a^3$

カ  $-2a^3$

キ  $1 - 3a^2$

ク  $(a+1)^2(2a-1)$

ケ  $-(a+1)^2(2a-1)$

コ  $\frac{1}{2}$

サ  $1 - 3a^2$

シ  $-1 + 3a^2$

ス  $2a^3$

セ  $-2a^3$

[ 3 ]

- (1) 秒針, 長針, 短針はそれぞれ, 60 秒,  $60^2$  秒,  $12 \cdot 60^2$  秒で一周するから, OP とのなす角は,

$$\begin{cases} \text{OA} : \theta_1 = 2\pi \cdot \frac{t}{60} \\ \text{OB} : \theta_2 = 2\pi \cdot \frac{t}{60^2} \\ \text{OC} : \theta_3 = 2\pi \cdot \frac{t}{12 \cdot 60^2} \end{cases} \quad \dots \text{ (答)}$$

- (2) もし  $\triangle ABC$  が正三角形であったとすると,

$$\begin{cases} |\theta_1 - \theta_2| = \frac{2}{3}\pi + 2\pi m_1 \\ |\theta_2 - \theta_3| = \frac{2}{3}\pi + 2\pi m_2 \end{cases} \quad (m_1, m_2 \text{ は整数})$$

が成り立つから, (1) より,

$$\begin{cases} \frac{59}{60^2}t = \frac{1}{3} + m_1 \\ \frac{11}{12 \cdot 60^2}t = \frac{1}{3} + m_2 \end{cases}$$

$t$  を消去して  $m_1$  を  $m_2$  で表すと,

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{12 \cdot 59}{11} \left( m_2 + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \\ &= \frac{12 \cdot 59(3m_2 + 1) - 11}{3 \cdot 11} \end{aligned}$$

この分子は 3 の倍数にならないから,  $m_1$  は整数でなくなり, 矛盾。よって, 背理法により, 3 点 A, B, C が正三角形をなすことはない。(証明終)