［1］

(1) ア $\dfrac{n!}{2}$ 　イ 4

ウ 20

(2) エ $\sqrt{10}$ 　オ 10

(3) カ $2n$ 　キ $n(2n-1)$

ク $\dfrac{2}{3}n(n-1)(2n-1)$ 　ケ 18

［2］

ア　$\dfrac{a^2}{4}$　イ　0

ウ　-2　エ　1

オ　8　カ　0

キ　0　ク　9

ケ　-2　コ　1

サ　8

[3]

(1) C：$y=x^3+x$

$$y'=3x^2+1$$

より，C 上の点 $(t,\ t^3+t)$ における C の接線は，

$$y=(3t^2+1)(x-t)+t^3+t$$

これが点 A を通るとき，

$$a=(3t^2+1)(a-t)+t^3+t$$

整理すると，

$$2t^3-3at^2=0$$

$$t^2(2t-3a)=0$$

$$t=0 \text{ または } \frac{3}{2}a \quad \cdots①$$

ここで，

A から C に異なる 2 本の接線が引ける

$\Longleftrightarrow$ 異なる 2 つの接点が存在する

$\Longleftrightarrow$ ①をみたす t が 2 つ存在する

と考えて，

$$\frac{3}{2}a \neq 0$$

$$\therefore \quad a \neq 0 \quad \cdots \text{（答）}$$

(2) 三角形の 3 つの頂点は，

$$(0,\ 0),\ (a,\ a),\ \left(\frac{3}{2}a,\ \frac{27}{8}a^3+\frac{3}{2}a\right)$$

であるから，

$$S=\frac{1}{2}\left|a\left(\frac{27}{8}a^3+\frac{3}{2}a\right)-a\cdot\frac{3}{2}a\right|$$

$$=\frac{27}{16}a^4 \quad \cdots \text{（答）}$$