

〔1〕

(ア) $3x + y \leq 1000$

(ウ) $x + y \leq 500$

(オ) 250

(キ) 22500

(ケ) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(サ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ス) 120°

(イ) $x + 2y \leq 800$

(エ) $50x + 40y$

(カ) 250

(ク) $4t^3 + 2t^2 - 2t - 1$

(コ) $-\frac{1}{2}$

(シ) 45°

(セ) 135°

※(ケ)(コ)(サ)は順不同

[2]

(ア) $4t$

(イ) $-2t^2 + 3$

(ウ) $-\frac{1}{4t}$

(エ) $2t^2 + \frac{13}{4}$

(オ) $4t$

(カ) $2t - \frac{1}{8t}$

(キ) $\frac{25}{8}$

(ク) 0

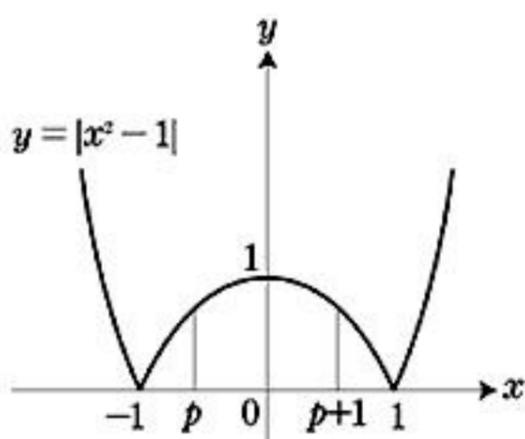
(ケ) $\frac{25}{8}$

〔3〕

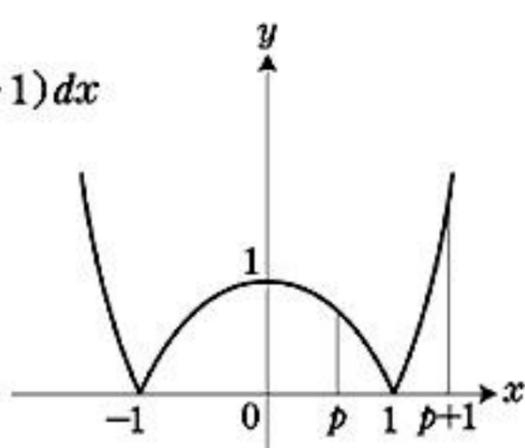
(1)

(i) $-1 \leq p \leq 0$ のとき

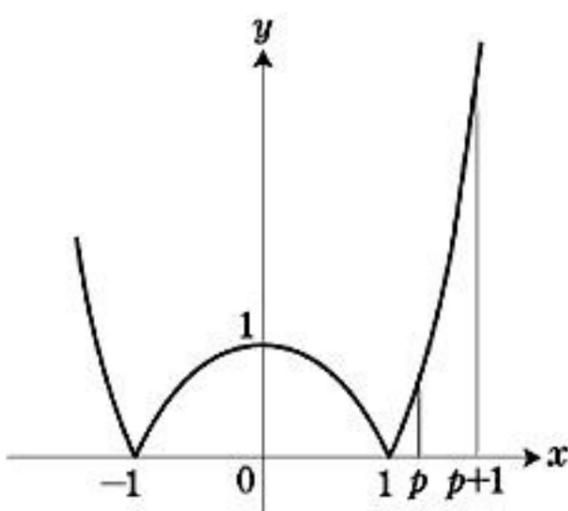
$$\begin{aligned}
 S(p) &= \int_p^{p+1} |x^2 - 1| dx \\
 &= \int_p^{p+1} (1 - x^2) dx \\
 &= \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_p^{p+1} \\
 &= -p^2 - p + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

(ii) $0 \leq p \leq 1$ のとき

$$\begin{aligned}
 S(p) &= \int_p^1 (1 - x^2) dx + \int_1^{p+1} (x^2 - 1) dx \\
 &= \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_p^1 + \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_1^{p+1} \\
 &= \frac{2}{3} p^3 + p^2 - p + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

(iii) $1 \leq p$ のとき

$$\begin{aligned}
 S(p) &= \int_p^{p+1} (x^2 - 1) dx \\
 &= p^2 + p - \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



以上(i), (ii), (iii)より

$$S(p) = \begin{cases} -p^2 - p + \frac{2}{3} & (-1 \leq p \leq 0 \text{ のとき}) \\ \frac{2}{3} p^3 + p^2 - p + \frac{2}{3} & (0 \leq p \leq 1 \text{ のとき}) \\ p^2 + p - \frac{2}{3} & (1 \leq p \text{ のとき}) \end{cases} \quad \dots \text{ (答)}$$

(2)

$$S'(p) = \begin{cases} -2p - 1 & (-1 \leq p \leq 0 \text{ のとき}) \\ 2p^2 + 2p - 1 & (0 < p < 1 \text{ のとき}) \\ 2p + 1 & (1 \leq p \text{ のとき}) \end{cases}$$

$0 < p < 1$ のとき $2p^2 + 2p - 1 = 0$ を解くと $p = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} = \alpha$ とする。増減表は次の通りである。

P	-1	...	$-\frac{1}{2}$...	0	...	α	...	1	...
$S'(P)$		+	0	-		-		+		+
$S(P)$	$\frac{2}{3}$	\nearrow		\searrow	$\frac{2}{3}$	\searrow	極小 最小	\nearrow	$\frac{4}{3}$	\nearrow

$S(-1) = S(0) = \frac{2}{3}$ であるから、増減表より $p = \alpha$ のとき $S(p)$ は極小かつ最小となり、最小値 $S(\alpha)$ をとる。

$$\frac{2}{3} p^3 + p^2 - p + \frac{2}{3} = (2p^2 + 2p - 1) \left(\frac{p}{3} + \frac{1}{6} \right) - p + \frac{5}{6}$$

であり、また $2\alpha^2 + 2\alpha - 1 = 0$ が成り立つから $S(\alpha) = -\alpha + \frac{5}{6}$

$$\alpha = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \text{ を代入して } S(\alpha) = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{以上より } \begin{cases} S(P) \text{ の最小値は } \frac{8 - 3\sqrt{3}}{6} \\ P = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{cases} \quad \dots \text{ (答)}$$