

(1)

(ア) 30°

(イ) 90°

(ウ) 22.5°

(エ) 45°

(オ) 67.5°

(カ) 2

(キ) 4

(ク) 16

[2]

(ア) 2

(イ) 8

(ウ) $-\frac{1}{10}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x + 25$

(エ) 5

(オ) +

(カ) -

(キ) $\frac{116}{5}$

(ク) ↗

(ケ) 25

(コ) ↘

(サ) $\frac{89}{5}$

(シ) 5

(ス) 25

(セ) 8

(ソ) $\frac{89}{5}$

[3]

- (1) 2回目は1回目と異なり, 3回目は2回目と異なり, 4回目は3回目と同じにならなければならないから,

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1}{6^4} = \frac{5^2}{6^3} = \frac{25}{216} \quad \dots \text{(答)}$$

- (2) 2, 3, 4回目は, (1)と同様に考えて前に出た目と異なるが, 5回目はどの目が出てても終了するから,

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6}{6^5} = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216} \quad \dots \text{(答)}$$

- (3) (i) $l=2, 3, \dots, n-1$ のとき,

2, 3, \dots , $l-1$ 回目は前に出た目と異なり,

l 回目は $l-1$ 回目と同じにならなければならないから,

$$\frac{6 \cdot 5^{l-2} \cdot 1}{6^l} = \frac{5^{l-2}}{6^{l-1}}$$

- (ii) $l=n$ のとき,

2, 3, \dots , $n-1$ 回目は前に出た目と異なるが,

n 回目はどの目が出てても終了するから,

$$\frac{6 \cdot 5^{n-2} \cdot 6}{6^n} = \frac{5^{n-2}}{6^{n-2}}$$

- (i), (ii) より, 求める確率 $p_n(l)$ は,

$$p_n(l) = \begin{cases} \frac{5^{l-2}}{6^{l-1}} & (l=2, 3, \dots, n-1) \\ \frac{5^{n-2}}{6^{n-2}} & (l=n) \end{cases} \quad \dots \text{(答)}$$

- (4) 期待値 E_n は,

$$E_n = \sum_{l=2}^{n-1} l \cdot \frac{5^{l-2}}{6^{l-1}} + n \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

で表される。ここで,

$$S_n = \sum_{l=2}^{n-1} l \cdot \frac{5^{l-2}}{6^{l-1}}$$

とすると,

$$S_n = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{4}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \dots + \frac{n-1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3}$$

$$\rightarrow \frac{5}{6} S_n = \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \dots + \frac{n-2}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} + \frac{n-1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

$$\frac{1}{6} S_n = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \left\{ \frac{5}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \dots + \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} \right\} - \frac{n-1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{5}{6} \left\{ 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} \right\} - \frac{n-1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

したがって,

$$S_n = 2 + 5 \left\{ 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} \right\} - (n-1) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

$$= 7 - 5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} - (n-1) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2}$$

よって,

$$E_n = 7 - 5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3} + \left(\frac{5}{6}\right)^{n-2} \quad \dots \text{(答)}$$