[1]

ア 3^{m+n}

イ $2^m \cdot 3^n$

ウ 3^n

エ $3 \cdot 2^n$

オ $3 \cdot 2^m$

カ 6

キ $3^{m+n} - 3(2^m + 2^n) + 6$

［２］

ア　$(5,\ -5,\ 10)$　　イ　$(2t,\ -2t,\ 6t-5)$

ウ　$\left(\dfrac{10t-10}{3},\ -\dfrac{10t-10}{3},\ \dfrac{10t+5}{3}\right)$

エ　$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}|2t-5|$　　オ　$\dfrac{5\sqrt{3}}{3}|2t-5|$

カ　$\dfrac{5\sqrt{2}}{3}(2t-5)^2$

［3］

(1)　放物線Cにおいて $y'=\dfrac{2}{3}x$ であるから，

点PにおけるCの接線の傾きは $\dfrac{2}{3}t$

この接線と直線APが垂直に交わることから，

$$\frac{2}{3}t\cdot\frac{\frac{1}{3}t^2-\frac{3}{2}-b}{t-a}=-1$$

これを整理して，

$2t^3-6bt-9a=0$　…（答）

(2)　Aを通るCの法線が3本存在する

$\Longleftrightarrow$ 直線APがCの法線となるような点Pが3個存在する

$\Longleftrightarrow$ (1)の関係式をみたす t が3個存在する

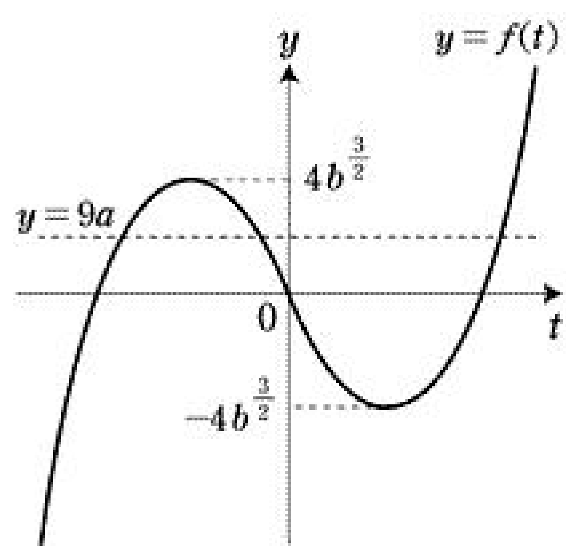
したがって，$f(t)=2t^3-6bt$ とおき，t についての方程式 $f(t)=9a$ が相異なる3つの解をもつための条件を求めればよい。

t	$\cdots$	$-\sqrt{b}$	$\cdots$	$\sqrt{b}$	$\cdots$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$	↗	$4b^{\frac{3}{2}}$	↘	$-4b^{\frac{3}{2}}$	↗

$f'(t)=6(t^2-b)$

であり，もし $b\leqq 0$ であったとすると $f(t)$ は単調増加となってしまい，$f(t)=9a$ は実数解を3つもたないから，$b>0$ とする。

このとき，$f(t)$ の増減表とグラフは図のようになるから，求める条件は，



$b>0$ かつ $-4b^{\frac{3}{2}}<9a<4b^{\frac{3}{2}}$

$\Longleftrightarrow 81a^2<16b^3$　…（答）