

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(4ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計4カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

(1) $(1 - 2x)^6$ を展開したとき、 x^3 の係数は (ア) , x^4 の係数は (イ) である。

(2) 第 3 項が $\frac{9}{8}$, 第 6 項が $\frac{243}{64}$ である等比数列の第 n 項を a_n , 初項から第 n 項までの和を S_n とする。
 a_n および S_n を n の式で表すと、 $a_n =$ (ウ) , $S_n =$ (エ) である。 $S_n \geq 9999$ となる最小の自然数 n は (オ) である。必要なら、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてよい。

(3) 座標空間において、 $\vec{a} = (3, -4, 0)$, $\vec{b} = (-2, 1, 2)$ に対して、 $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ (t は実数) とする。 $t =$ (カ) のとき、 \vec{c} は \vec{a} と直交する。また、 $t =$ (キ) のとき、 \vec{c} と \vec{a} のなす角は \vec{c} と \vec{b} のなす角と等しい。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする。関数 $y = (1 - 3a^2) \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x \cos x$ の最大値と最小値について考える。 $t = \sin x$ とおき、三角関数の公式を使って、 y を t の多項式で表すと、 $y = \text{ア}$ である。 y を t の関数として増減表を作ると次の表のようになる。

t	-1	...	<input type="text"/> (イ)	...	<input type="text"/> (ウ)	...	1
y'		+	0	-	0	+	
y	<input type="text"/> (エ)	↗	<input type="text"/> (オ)	↘	<input type="text"/> (カ)	↗	<input type="text"/> (キ)

(オ) - (キ) および (カ) - (エ) を因数分解すると、

$$\text{オ} - \text{キ} = \text{ク}, \quad \text{カ} - \text{エ} = \text{ケ}$$

である。したがって、 $0 < a < \text{コ}$ のとき、 y の最大値は (サ)、最小値は (シ) であり、

$\text{コ} \leq a < 1$ のとき、 y の最大値は (ス)、最小値は (セ) である。

[3]

時計の秒針、長針、短針は点 O のまわりを一定の速さで回転し、それぞれ 1 分間、1 時間、12 時間で一周する。秒針、長針、短針のそれぞれの上に 3 点 A, B, C を $OA = OB = OC \neq 0$ となるようにとる。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 0 時のときの点 A の位置を P とするとき、0 時から t 秒後 (t は正の実数) の OA と OP のなす角、 OB と OP のなす角、 OC と OP のなす角をそれぞれ t の式で表せ。ただし、なす角は時計回りに計るものとする。一般角で答えてよい。
- (2) 0 時から 12 時までの 12 時間の間に 3 点 A, B, C が正三角形をなすことはないことを示せ。