

# 数 学 問 題

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(4ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計4カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。  
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。  
途中の計算を書く必要はない。

- (1)  $n$  を 3 以上の整数とする. 1 から  $n-2$  までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ, 0 と書かれたカードが 2 枚, 合計で  $n$  枚ある. これら  $n$  枚のカードを順番に並べる. カードの並べ方は全部で  (ア) 通りある.  $n=4$  のとき, 1 と書かれたカードが 0 と書かれた 2 枚のカードより前にある並べ方は  (イ) 通りある. また,  $n=5$  のとき, 1 と書かれたカードが 0 と書かれた 2 枚のカードより前にある並べ方は  (ウ) 通りある.

- (2)  $2(\log_{10} x)^2 - 3\log_{10} x + 1 \leq 0$  を満たす  $x$  の範囲は  (エ)  $\leq x \leq$   (オ) である.

- (3)  $n$  を 2 以上の整数とする.  $(1+x)^{2n}$  を展開した  $x$  の多項式に対して,  $x$  についての 3 次までの項の和を  $f(x)$  とすると,

$$f(x) = 1 + \text{ (カ) } x + \text{ (キ) } x^2 + \text{ (ク) } x^3$$

となる.  $f\left(\frac{1}{n}\right) \geq \frac{37}{6}$  となる最小の  $n$  は  (ケ) である. ただし,  (カ),  (キ),  (ク) は組み合わせ記号のままではなく,  $n$  の式で表すこと.

[2]

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。  
途中の計算を書く必要はない。

与えられた実数  $a, b$  に対して、2次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  が少なくとも1つの負でない実数解をもつとき、  
点  $(a, b)$  の存在する条件は

$$\left[ a \leq 0 \text{ かつ } b \leq \text{(ア)} \right] \dots \text{(i)} \quad \text{または} \quad \left[ a \geq 0 \text{ かつ } b \leq \text{(イ)} \right] \dots \text{(ii)}$$

である。 $ab$ 平面上で、条件 (i) を満たす点  $(a, b)$  の存在する範囲を  $D_1$ 、条件 (ii) を満たす点  $(a, b)$  の存在する範囲を  $D_2$  とする。曲線  $b = \text{(ア)}$  と円  $a^2 + (b-3)^2 = k$  が  $a \leq 0$  の範囲で接するとき、 $a = \text{(ウ)}$ 、 $b = \text{(エ)}$ 、 $k = \text{(オ)}$  である。このことを用いると、点  $(a, b)$  が  $D_1$  内を動くとき、 $k = a^2 + (b-3)^2$  が最小になるのは  $a = \text{(ウ)}$ 、 $b = \text{(エ)}$  のときで、最小値は  $\text{(オ)}$  であることが分かる。また、点  $(a, b)$  が  $D_2$  内を動くとき、 $k = a^2 + (b-3)^2$  が最小になるのは  $a = \text{(カ)}$ 、 $b = \text{(キ)}$  のときで、最小値は  $\text{(ク)}$  である。したがって、2次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  が少なくとも1つの負でない実数解をもつように実数  $a, b$  が変化するとき、 $k = a^2 + (b-3)^2$  が最小になるのは  $a = \text{(ケ)}$ 、 $b = \text{(コ)}$  のときで、最小値は  $\text{(サ)}$  である。

[3]

$xy$  平面上に曲線  $C: y = x^3 + x$  と点  $A(a, a)$  がある.  $A$  から  $C$  に異なる 2 本の接線が引けるとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $a$  の値の範囲を求めよ.

(2) 2 本の接線それぞれの接点を結ぶ直線と 2 本の接線によって囲まれる三角形の面積  $S$  を求めよ.