数　学　問　題

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2．数学の試験用紙は、問題用紙(４ページ)、記述式解答用紙（あ）１枚、記述式解答用紙（い）１枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
3．試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4．監督者の指示に従って、２枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ**２カ所**、**合計４カ所**）に受験番号を記入してください。
5．解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HB・0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6．解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7．解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8．受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9．試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10．試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11．問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は，解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること．
枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は，採点の対象にはならない．

〔1〕 次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

(1) ある工場では，機械 P, Q, R を使って，2 種類の製品 A と B を製造している．製品 A を 1 台製造するためには，P で 3 分，Q で 1 分，R で 1 分の作業が必要であり，製品 B を 1 台製造するためには，P で 1 分，Q で 2 分，R で 1 分の作業が必要である．どの機械も製品 1 台ずつの作業しかできない．また，機械 P, Q, R はそれぞれ 1 日に 1000 分，800 分，500 分しか作動させることができない．製品 A と B の 1 台あたりの利益をそれぞれ 50 万円，40 万円とするとき，最も多く利益を上げるためには，製品 A と B をそれぞれ 1 日あたり何台製造すればよいか考えたい．製品 A と B の 1 日あたりの製造台数をそれぞれ x 台，y 台とすると，機械 P, Q, R の作動時間の制限から，x と y に関する不等式

$$\boxed{\text{(ア)}}\cdots(1),\qquad \boxed{\text{(イ)}}\cdots(2),\qquad \boxed{\text{(ウ)}}\cdots(3)$$

が成り立つ．また，明らかに

$$x \geqq 0 \cdots (4),\qquad y \geqq 0 \cdots (5)$$

である．この工場の 1 日の利益は

$$\boxed{\text{(エ)}}\text{万円}\cdots(6)$$

と表せるから，結局 (1) から (5) を満たす x と y のうち，(6) を最大とするものを見つけることになる．そのような x と y は，それぞれ $\boxed{\text{(オ)}}$ と $\boxed{\text{(カ)}}$ である．したがって，製品 A と B をそれぞれ $\boxed{\text{(オ)}}$ 台と $\boxed{\text{(カ)}}$ 台製造するとき，最大利益 $\boxed{\text{(キ)}}$ 万円が得られる．

(2) $\cos x = t$ とおく．$\cos x + \cos 2x + \cos 3x$ を t の式で表したものを $f(t)$ とすると，$f(t) = \boxed{\text{(ク)}}$ となる．$f(t) = 0$ を解くと $t = \boxed{\text{(ケ)}}$, $\boxed{\text{(コ)}}$, $\boxed{\text{(サ)}}$ である．よって $0° \leqq x \leqq 180°$ の範囲で方程式

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

の解は，$x = \boxed{\text{(シ)}}$, $\boxed{\text{(ス)}}$, $\boxed{\text{(セ)}}$ である．ただし，$\boxed{\text{(シ)}} < \boxed{\text{(ス)}} < \boxed{\text{(セ)}}$ の順に書くこと．

〔**2**〕　次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を, 解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ. 途中の計算を書く必要はない.

xy 平面上に放物線 C : $y = 2x^2 + 3$ がある. C 上の点 T $\left(t,\, 2t^2 + 3\right)$ (ただし, $t \neq 0$) を通る C の接線の方程式は $y = \boxed{\text{(ア)}}\,x + \boxed{\text{(イ)}}$ である. また, T を通り, この接線に垂直な直線 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{(ウ)}}\,x + \boxed{\text{(エ)}}$ である. T を通り, y 軸と平行な直線 m 上の任意の点を $\mathrm{P}(t, \alpha)$, ℓ に関して P と対称な点を $\mathrm{Q}(X, Y)$ とする. すると, PQ は ℓ に垂直だから, $Y - \alpha = \boxed{\text{(オ)}}\,(X - t)$ となる. また, PQ の中点は ℓ 上にあるので $\dfrac{Y + \alpha}{2} = \boxed{\text{(ウ)}}\,\dfrac{X + t}{2} + \boxed{\text{(エ)}}$. これらから α を消去すると, $Y = \boxed{\text{(カ)}}\,X + \boxed{\text{(キ)}}$. ゆえに, ℓ に関して m と対称な直線 n の方程式は $y = \boxed{\text{(カ)}}\,x + \boxed{\text{(キ)}}$ となる. この方程式から, T が C 上を動くとき, 直線 n は定点 $\left(\boxed{\text{(ク)}}, \boxed{\text{(ケ)}}\right)$ を通ることがわかる.

〔**3**〕 $p \geqq -1$ のとき，$S(p) = \int_p^{p+1} |x^2 - 1|\, dx$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

（1） $S(p)$ を求めよ．

（2） $S(p)$ の最小値とそのときの p の値を求めよ．