

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(4ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計4カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

1 から n までの番号が 1 つずつついた n 個の赤玉と、1 から m までの番号が 1 つずつついた m 個の白玉 (n, m は自然数) を 3 つの箱 X, Y, Z に分けて入れる。ただし、1 個も玉の入っていない箱があってもよいことにする。入れ方は全部で (ア) 通り、箱 X に白玉が 1 つも入らないような入れ方は (イ) 通り、箱 X, Y に白玉が 1 つも入らないような入れ方は (ウ) 通りある。また、1 つの箱に m 個の白玉のみが入っているような入れ方は (エ) 通り、1 つの箱に n 個の赤玉のみが入っているような入れ方は (オ) 通りある。この中で 3 つの箱がそれぞれ赤玉のみ、白玉のみ、空となるような入れ方は (カ) 通りある。これらのことから、赤玉と白玉がともに 1 個以上入っている箱が 1 つ以上あるような入れ方は (キ) 通りある。

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

座標空間内で、3点 $A(0,0,5)$, $B(1,3,4)$, $C(-2,2,3)$ の定める平面を α , 2点 $D(0,0,-5)$, $E(2,-2,1)$ を通る直線を l とする。 α と l の交点 F の座標は (ア) である。 l 上の点 P は $\vec{OP} = \vec{OD} + t\vec{DE} =$ (イ) (t は実数) と表せる。 P から α に下した垂線の足を Q とすると、 Q の座標は t を用いて (ウ) と表せる。したがって、 $PQ =$ (エ), $FQ =$ (オ) であり、三角形 FPQ は直角三角形であるから、その面積 $\triangle FPQ =$ (カ) となる。 (ア), (イ), (ウ) は (a, b, c) (a, b, c は数値または式) の形で答えること。

[3]

xy 平面上に放物線 $C: y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}$ と C 上にない点 $A(a, b)$ がある. C 上の点 P を通り, P における C の接線と垂直である直線を, P における C の法線とよぶことにする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) A と C 上の点 $P\left(t, \frac{1}{3}t^2 - \frac{3}{2}\right)$ を結ぶ直線が P における C の法線であるとき, t, a, b の間に成り立つ関係式を求めよ.
- (2) A を通る C の法線が 3 本存在するとき, a, b が満たすべき条件を求めよ.