

[1] (1) ア	4	イ	8	ウ	$\frac{16}{3}$
(2) エ	2	オ	300°	カ	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
キ	105°	ク	$-\frac{1}{32}$	ケ	$\frac{\sqrt{3}}{32}$
(3) コ	$\frac{4}{9}$	サ	$\frac{2}{9}$		

[2] (1)	ア	$2t^2 + 6t + 2$	イ	30°
	ウ	150°	エ	90°
	(2) オ	180°	カ	270°
(3)	キ	210°	ク	330°
			ケ	$\sqrt{34}$

[3] (1) A, B を 7 で割ったときの商を、それぞれ p, q とすると、

$$A = 7p + a, \quad B = 7q + b$$

よって、

$$\begin{aligned} AB &= (7p + a)(7q + b) \\ &= 7(7pq + pb + qa) + ab \end{aligned}$$

$7(7pq + pb + qa)$ は 7 の倍数なので、示された。

(2)

i) $n=1$ のとき、 a の定義から明らか。

ii) $n=k$ のとき成立していたとする。帰納法の仮定から、 A^k と a^k を 7 で割ったときの余りは等しいので、整数 m を用いて $A^k - a^k = 7m$ と書ける。

このとき、

$$\begin{aligned} A^{k+1} &= A^k \cdot A \\ &= (7m + a^k)(7p + a) \\ &= 7(7mp + am + a^k p) + a^{k+1} \end{aligned}$$

$7(7mp + am + a^k p)$ は 7 の倍数なので、 $n = k + 1$ のときも成立する
i), ii) により示された。

$$(3) \quad 2^{100} = 2^{3 \times 33 + 1} = (2^3)^{33} \cdot 2 = 8^{33} \cdot 2$$

ここで(2)より、 8^{33} を 7 で割ったときの余りは、 1^{33} を 7 で割った余り、つまり 1 である。
よって、(1)より、 $8^{33} \cdot 2$ を 7 で割ったときの余りは、 $1 \cdot 2 = 2$ を 7 で割った余り、つまり 2 である。…… (答)