

[1]	(1)	$\mathcal{P}$	4
		1	9
		17	n^2
		I	3
		$\mathcal{O}$	6.
		$\mathcal{O}$	$\frac{1}{2}n(n+1)$

(2)	$\mathcal{P}$	$\frac{2\sqrt{14}}{15}$
	17	3
	$\mathcal{O}$	$\frac{2\sqrt{14}}{7}$

$$[2] \quad (1) \quad \begin{matrix} 7 & 4t - 1 \\ 1 & 6t - 4 \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\rightarrow (1, 1, -1)$$

$$\downarrow \quad \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$(2) \quad \downarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(3) \quad \downarrow \quad \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\downarrow \quad (-1, -1, -1)$$

$$\downarrow \quad \left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

[3] (1) $f(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ より

$$f'(x) = 3x^2 + 2px + q$$

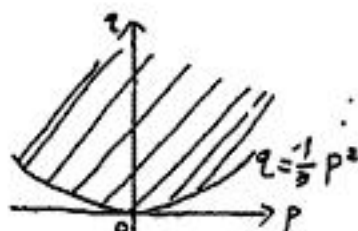
$f(x)$ が極値をもたない $\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 + 2px + q = 0$
 が重解をもつか解なし

$\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 + 2px + q = 0$ の判別式を D とすると

$$D \leq 0$$

$$\therefore \frac{D}{4} = p^2 - 3 \cdot q \leq 0$$

$$\therefore q \geq \frac{1}{3}p^2 \dots (\text{答})$$



その範囲を図示すると

左の図の斜線部分。

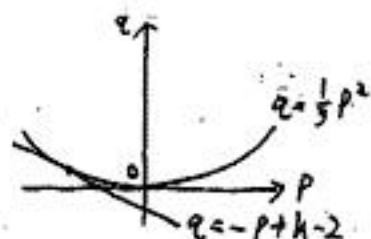
(境界を含む) $\dots (\text{答})$

(2) $f(1) = 1^3 + p \cdot 1^2 + q \cdot 1 + 1$

$$\therefore f(1) = p + q + 2$$

ここにおいて $f(1) = p + q + 2 = k$ とおく。

$$q = -p + k - 2$$



すると左の図のように

$$q = \frac{1}{3}p^2 \text{ と } q = -p + k - 2$$

が接するとき $k - 2$ は最小、

すなわち k は最小である。

$q = \frac{1}{3}p^2$ と $q = -p + k - 2$ より q を消去して

$$\frac{1}{3}p^2 = -p + k - 2 \quad \therefore p^2 + 3p - 3k + 6 = 0$$

$p^2 + 3p - 3k + 6 = 0$ の判別式を D' とおくと

$D' = 0$ となればよい。

$$D' = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3k + 6) = 0 \quad \therefore k = \frac{5}{4}$$

よって $f(1)$ の最小値は $\frac{5}{4}$ である。 $\dots (\text{答})$

また、このとき $p^2 + 3p - 3 \cdot \frac{5}{4} + 6 = 0$

$$\therefore (2p + 3)^2 = 0 \quad \therefore p = -\frac{3}{2}$$

$$q = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

よって $p = -\frac{3}{2}$, $q = \frac{3}{4}$ のときに $f(1)$ は最小となる。 $\dots (\text{答})$