

(1)

(1)

ア 81

イ $\frac{1}{3}$

ウ 5

(2)

エ $\frac{1}{5}$

オ $\frac{9}{50}$

カ $\frac{17}{25}$

(3)

ク 2

コ 3

ク 12

[2]

(1)

ア 2

イ -6

ウ -18

エ 4

(2)

オ -2

(3)

カ -1

キ 14

ク 3

ケ -50

(4)

コ 1

サ $-24x + 6$

[3]

(1)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{AQ} = \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{x} \\ -1 \end{pmatrix}$$

点Pはx軸上にあるので、実数k, lを用いて

$$\vec{AP} = k\vec{AB} + l\vec{AQ} \text{ と表せる。}$$

$$\therefore \vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = \begin{pmatrix} 1-2k-l \\ k+\frac{l}{x} \\ 1-l \end{pmatrix}$$

Pはx軸上にあるので、

$$\begin{cases} k+\frac{l}{x} = 0 \\ 1-l = 0 \end{cases} \quad \text{よって} \quad \begin{cases} k = -\frac{1}{x} \\ l = 1 \end{cases}$$

$$\therefore P\left(\frac{2}{x}, 0, 0\right) \dots \text{(答)}$$

また、点Rもx軸上にあるため、m, nを用いると、

$$\vec{AR} = m\vec{AB} + n\vec{AQ} \quad (m, n \text{ は実数})$$

$$\therefore \vec{OR} = \vec{OA} + \vec{AR} = \begin{pmatrix} 1-2m-n \\ m+\frac{n}{x} \\ 1-n \end{pmatrix}$$

Rはz軸上にあるので、

$$\begin{cases} 1-2m-n=0 \\ m+\frac{n}{x}=0 \end{cases} \quad \text{よって} \quad \begin{cases} m = \frac{1}{2-x} \\ n = \frac{-x}{2-x} \end{cases} \quad (x \neq 2 \text{ 时})$$

$$\therefore R\left(0, 0, \frac{2}{2-x}\right) \dots \text{(答)}$$

(2)

$$\begin{cases} \frac{2}{x} > 0 \\ \frac{1}{x} > 0 \\ \frac{2}{2-x} > 0 \end{cases} \quad \text{よって} \quad 0 < x < 2 \dots \text{(答)}$$

(3)

$$V = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{2}{2-x} = \frac{2}{3} \frac{1}{x^2(2-x)}$$

$$f(x) = x^2(2-x) = -x^3 + 2x^2 \text{ とすると、}$$

f(x)が最大となるときにVは最小となる。

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2 + 4x \\ &= -3x\left(x - \frac{4}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\text{よって、} x=0, \frac{4}{3} \text{ で } f'(x)=0 \text{ となる、}$$

これより、増減表を描くと、

x	0	...	$\frac{4}{3}$	...	2
f'(x)	0	+	0	-	
f(x)	0	↗	$\frac{32}{27}$	↘	0

よって、Vが最小となるのは $x = \frac{4}{3}$ のときで

$$V = \frac{2}{3} \times \frac{27}{32} = \frac{9}{16} \dots \text{(答)}$$