

$$[1] \quad (1) \quad \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17 \quad 2$$

$$I \quad 98$$

$$(2) \quad x \quad \frac{-1 - 2 \log x}{x^2}$$

$$10 \quad e^{-\frac{1}{2}}$$

$$7 \quad 2\sqrt{e}$$

$$17 \quad (\log x)^2 + 3 \log x$$

$$[2] \quad (1) \quad t = \cos x \text{ とおくと}$$

$$f(x) = \cos 3x + k \cos x + 2\sqrt{2}$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x + k \cos x + 2\sqrt{2}$$

$$\cos x = t \text{ より } = 4t^3 + (k-3)t + 2\sqrt{2}$$

$$\therefore g(t) = 4t^3 + (k-3)t + 2\sqrt{2} //$$

$$(2) \quad g'(t) = 12t^2 + k - 3$$

$$g'(t) = 0 \text{ とおくと、}$$

$$t = \sqrt{\frac{3-k}{12}} \quad \text{よって増減表は次のようになる。}$$

t	(0)	...	$\sqrt{\frac{3-k}{12}}$	...
g'(t)		-	0	+
g(t)		↓		↑

$$\text{よって最小値は、} t = \sqrt{\frac{3-k}{12}} \text{ のとき、}$$

$$g\left(\sqrt{\frac{3-k}{12}}\right) = 2\sqrt{2} - \left(1 - \frac{k}{3}\right)^{\frac{3}{2}} //$$

$$(3) \quad -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \text{ のとき、} \frac{1}{2} < t \leq 1 \text{ であり、}$$

$$\frac{1}{2} < t < 1 \text{ のとき、1つの} t \text{ に対して} x \text{ が2つ対応する。}$$

よって、 $g(t)$ が $\frac{1}{2} < t < 1$ に異なる2解をもつとき、 x が4個の異なる角解をもつ。

この条件は、

$$\begin{cases} g\left(\sqrt{\frac{3-k}{12}}\right) < 0 \\ g(1) > 0 \\ g\left(\frac{1}{2}\right) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} k < -3 \\ -1-2\sqrt{3} < k \\ 2-4\sqrt{2} < k \end{cases}$$

$$\text{まとめると、} \quad 2-4\sqrt{2} < k < -3 //$$

[3]. (1) 1色 が n 回でる ので、

$${}_3C_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \therefore a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} //$$

(2) 2 色 重数 の 色 の 玉 が でる 確率 は、

$${}_3C_2 \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n \right\}$$

$\therefore \left(\frac{2}{3}\right)^n$ から、1色 の み でる 確率 を 除く、

$$\therefore b_n = 3 \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n \right\} //$$

(3) 3 種類 の 色 の 玉 が い でる 確率 は、

全 1 本 から 1 色、2 色 (かでない) 確率 を 引いた

$$1 - \left\{ 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^n - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n \right] + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \right\}$$

$$\therefore c_n = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n //$$

(4) 求める 確率 は、 $n-1$ 回目 まで 2 色 の み

が でて、 n 回目 に 残りの 1 色 が い でる

確率 なの で、 $p(n) = b(n-1) \times \frac{1}{3}$ 、

$$\therefore p(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} - 2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} //$$

(5) n 回 で 試行 が 終了 する 確率 を $d(n)$ と する、

$$d(1) = d(2) = 0、$$

$$d(3) = p(3) = \frac{2}{9}, \quad d(4) = p(4) = \frac{2}{9}、$$

$$d(5) = 1 - \frac{2}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9} \text{ より、}$$

$$\text{期待値 } E = 3 \cdot \frac{2}{9} + 4 \cdot \frac{2}{9} + 5 \cdot \frac{5}{9} = \frac{13}{3} //$$

[4]. (1) $OP_0 \perp l$ より、 $\vec{OP}_0 \cdot \vec{v} = 0$ だから、

$$(-1, 2, 2) \cdot (1, 1, 1) = 0$$

$$-1 + 2 + 2 = 0.$$

$$\therefore z = -1 //$$

(2). Q を $\begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix}$ とおく。 $\vec{OP}$ は内分点の公式より、

$$\vec{OP} = \vec{OP}_0(1-s) + s\vec{OP}_1$$

$$= \begin{pmatrix} 6s-1 \\ 2-2s \\ 2s-1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} a - (6s-1) \\ a - (2-2s) \\ a - (2s-1) \end{pmatrix}$$

より、 $\vec{PQ} \cdot \vec{v} = 0$ とおけるので、

$$a - (6s-1) + a - (2-2s) + a - (2s-1) = 0.$$

$$\therefore a = 2s.$$

$$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} -4s+1 \\ 4s-2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ より、}$$

$$\begin{cases} |\vec{PQ}| = \sqrt{32s^2 - 24s + 6} \\ Q \text{ の座標: } \begin{pmatrix} 2s \\ 2s \\ 2s \end{pmatrix} // \end{cases}$$

$$(3). \overline{OQ} = \sqrt{(2s)^2 + (2s)^2 + (2s)^2} = \sqrt{12s^2} = t.$$

$$\therefore s = \frac{t}{2\sqrt{3}} //$$

(4). P_0P_1 上の点、を P_2 とすると $\vec{OP}_2$ は、実数 b を

$$\text{用いて、} \vec{OP}_2 = \vec{OP}_0 + b\vec{P_0P_1} = \begin{pmatrix} -1+6b \\ 2-2b \\ -1+2b \end{pmatrix} \text{ とおける.}$$

Q の座標は、 $(\frac{t}{\sqrt{3}}, \frac{t}{\sqrt{3}}, \frac{t}{\sqrt{3}})$ とおけるので、

$$\vec{QP}_2 \perp \vec{OQ} \text{ より、} \vec{QP}_2 \cdot \vec{OQ} = 0 \text{ より、}$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{6}t \text{ とおけるので、}$$

$$|\vec{P_2Q}| = \sqrt{\frac{8}{3}t^2 - 4\sqrt{3}t + 6}$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= \pi \overline{P_2Q}^2 \\ &= \pi \left(\frac{8}{3}t^2 - 4\sqrt{3}t + 6 \right) \end{aligned}$$

(5). V は A を $t=0$ から $t=2$ まで積分したものに等しい。従って、

$$\int_0^{2\sqrt{3}} \pi \left(\frac{8}{3}t^2 - 4\sqrt{3}t + 6 \right) dt = \frac{28}{3}\sqrt{3}\pi.$$

$$\therefore V = \frac{28\sqrt{3}}{3}\pi //$$