

数 学 問 題

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙（8 ページ）、記述式解答用紙（あ）1 枚、記述式解答用紙（い）1 枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1 枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2 枚の記述式解答用紙の受験番号欄（それぞれ 2 カ所、合計 4 カ所）に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべて HB の黒鉛筆または HB・0.5mm 以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。
途中の計算を書く必要はない。

- (1) 2つの放物線 $C_1: y = x^2$ と $C_2: y = -(x-a)^2 + b$ が点 $(2, 4)$ を共有し、その点における接線が一致するとき、 $a = \text{ (ア) }$ ， $b = \text{ (イ) }$ である。またこのとき、 C_1 ， C_2 および y 軸で囲まれる部分の面積は (ウ) である。

- (2) $i^2 = -1$ とする。このとき、

$$1 - \sqrt{3}i = \text{ (エ) } (\cos \text{ (オ) } + i \sin \text{ (オ) })$$

$$\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i} = \text{ (カ) } (\cos \text{ (キ) } + i \sin \text{ (キ) })$$

である。ただし、 (エ) ， (カ) は正の実数、 (オ) ， (キ) は 0° と 360° の間の角度である。さらに、

$$\left(\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i} \right)^8 = \text{ (ク) } + \text{ (ケ) } i$$

である。ここで、 (ク) ， (ケ) は実数である。

- (3) O を原点とする座標空間内に3点 $A(1, 0, 0)$ ， $B(-1, 1, 0)$ ， $C(1, -1, 1)$ がある。 O から A, B, C を通る平面に下ろした垂線の足を H とすると

$$\overrightarrow{AH} = \text{ (コ) } \overrightarrow{AB} + \text{ (サ) } \overrightarrow{AC}$$

である。

——— このページは白紙です。 ———

〔2〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

xy 平面において放物線 $C: y = x^2 - 2x \sin \theta - \frac{3}{2} \cos 2\theta + 6 \sin \theta + \frac{7}{2}$ ($0^\circ < \theta < 360^\circ$) と直線 $\ell: y = 4x - 2$ を考える。 $t = \sin \theta$ とおく。

(1) C の頂点の y 座標を p とする。 p を t の式で表すと $p = \text{ (ア) }$ となり、また、 $p = \frac{11}{2}$ となるような θ を小さいものから順に並べると $\theta = \text{ (イ) }$ または $\theta = \text{ (ウ) }$ となる。また、 p が最大となるのは $\theta = \text{ (エ) }$ のときである。

(2) C と ℓ が接するような θ を小さいものから順に並べると、 $\theta = \text{ (オ) }$ または $\theta = \text{ (カ) }$ となる。

(3) C と ℓ が2点で交わる時、2交点間の距離を d とする。 d は $\theta = \text{ (キ) }, \text{ (ク) }$ のとき最大値 (ケ) をとる。

——— このページは白紙です。 ———

〔3〕

A, B を自然数とする. A を 7 で割ったときの余りを a , B を 7 で割ったときの余りを b とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) AB を 7 で割ったときの余りと ab を 7 で割ったときの余りは等しいことを示せ.
- (2) 自然数 n に対して, A^n を 7 で割ったときの余りは a^n を 7 で割ったときの余りと等しいことを, n に関する数学的帰納法を用いて示せ.
- (3) 2^{100} を 7 で割ったときの余りを求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

