

2007—(G)

数 学 問 題

10:00~11:40 (100分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、4枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計8カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、**解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ**、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持って帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

1

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。 (ア) は (a, b, c) の形で答えよ。

- (1) O を原点とする座標空間内の 2 点 $A(2, 3, -4)$, $B(3, -2, 1)$ について、 $\overrightarrow{AB} = \text{ (ア)}$ であり、線分 AB の長さは (イ) である。また、点 $C(p, q, -3)$ が線分 AB 上にあるとき、点 C は線分 AB を 1: (ウ) に内分して、

$$p = \text{ (エ)}, \quad q = \text{ (オ)}$$

である。さらに、線分 AB 上の点 D について、線分 OD と線分 AB が垂直ならば、点 D の z 座標は (カ) である。

- (2) a を定数とするとき、連立 1 次方程式

$$\begin{cases} ax + y = a \\ 9x + ay = 3a \end{cases}$$

を考える。この連立 1 次方程式は $a = \text{ (キ)}$ のときは解をもたず、 $a = \text{ (ク)}$ のときは無数に多くの解をもつ。その他の場合はちょうど 1 組の解をもち、それは

$$x = \text{ (ケ)}, \quad y = \text{ (コ)}$$

である。

2]

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 4n^2 - 4n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、 b_1 と b_2 を求めよ。また、数列 $\{b_n\}$ の満たす漸化式を求めよ。
- (2) $c_n = b_{n+1} - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、 c_1 を求めよ。また、数列 $\{c_n\}$ の満たす漸化式を求めよ。
- (3) 一般項 a_n を求めよ。また、 $a_{n+1} \geq a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。
- (4) a_n が 3 の倍数ならば a_n は 9 の倍数であることを示せ。

[3]

紙の上に相異なる3点 A, B, C がある。ただし、これらは一直線上にはないものとする。表の出る確率が p ($0 < p < 1$) で裏の出る確率が $1-p$ である1枚の硬貨がある。この硬貨を3回投げ、その結果にしたがって次のように A, B, C のうちの2点を結ぶ線分を鉛筆でかきこむ。

1回目に表が出たら A と B を線分で結び、裏が出たら何もかかない。

2回目に表が出たら B と C を線分で結び、裏が出たら何もかかない。

3回目に表が出たら C と A を線分で結び、裏が出たら何もかかない。

このようにしてかいた線分の集まりを道と呼ぶことにする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 道に沿って A から B に行くことができる確率を求めよ。
- (2) 道に沿って A から B または C に行くことができる確率を求めよ。
- (3) 道に沿って A から B にも C にも行くことができる確率を求めよ。
- (4) 道に沿って A から行くことができる A 以外の点の個数の期待値を求めよ。

[4] $f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) とおき, 曲線 $C: y = f(x)$ を考える. 次の問いに答えよ.

(1) $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めよ.

(2) C の変曲点を A とするとき, A の座標を求めよ. また, A における接線 ℓ の方程式を求めよ.

(3) 不定積分 $\int f(x)dx$ を求めよ (積分定数は省略してよい). また, 小問(2)における接線 ℓ を $\ell: y = ax + b$ (ただし, a, b は定数) と表すとき, 連立不等式

$$y \leq f(x), \quad y \leq ax + b, \quad y \geq 0$$

の表す領域 D の面積 S を求めよ.

(4) 不定積分 $\int \{f(x)\}^2 dx$ を求めよ (積分定数は省略してよい). また, 小問(3)における領域 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ.

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——

—— このページは白紙です。 ——