

数 学 問 題

14:45～15:45 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙（8ページ）、記述式解答用紙（あ）1枚、記述式解答用紙（い）1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄（それぞれ2カ所、合計4カ所）に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

[1]

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) $x = 1 + \sqrt{5}$ とする。このとき、 $x^2 = ax + b$, $x^3 = cx + d$ となる整数 a, b, c, d は $a = \text{ (ア) }$, $b = \text{ (イ) }$, $c = \text{ (ウ) }$, $d = \text{ (エ) }$ である。また、 $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 4x + p = 0$ となる定数 p の値は (オ) である。

(2) 乗客定員 9 名の小型バスが 2 台ある。乗客 10 人が座席を区別せずに 2 台のバスに分乗する。人も車も区別しないで、人数の分け方だけを考えて分乗する方法は (カ) 通りあり、人は区別しないが車は区別して分乗する方法は (キ) 通りある。さらに人も車も区別して分乗する方法は (ク) 通りあり、その中で 10 人のうちの特定の 5 人が同じ車になるように分乗する方法は (ケ) 通りある。

〔2〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

- (1) A, B を正の整数とする． A^3 が 22 桁の整数で、 A^2B^3 が 31 桁の整数であるとき、 $\log_{10} A^3$ 、 $\log_{10} A^2B^3$ はそれぞれ

$$\boxed{\text{(ア)}} \leq \log_{10} A^3 < \boxed{\text{(ア)}} + 1, \quad \boxed{\text{(イ)}} \leq \log_{10} A^2B^3 < \boxed{\text{(イ)}} + 1$$

の範囲にある．ただし、 $\boxed{\text{(ア)}}$ 、 $\boxed{\text{(イ)}}$ は正の整数である．よって、 A は $\boxed{\text{(ウ)}}$ 桁の整数で、 B は $\boxed{\text{(エ)}}$ 桁の整数である．

- (2) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = \frac{a_n}{2 + na_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義されている． $b_n = \frac{1}{a_n}$

とおくと、 $b_{n+1} = \boxed{\text{(オ)}} b_n + \boxed{\text{(カ)}}$ という関係式が得られる．この関係式は

$$b_{n+1} + \boxed{\text{(キ)}}(n+1) + \boxed{\text{(ク)}} = \boxed{\text{(オ)}} (b_n + \boxed{\text{(キ)}}n + \boxed{\text{(ク)}})$$

と書き表される．ただし、 $\boxed{\text{(オ)}}$ 、 $\boxed{\text{(キ)}}$ 、 $\boxed{\text{(ク)}}$ は定数である．これを利用すると、一般項 b_n は $\boxed{\text{(ケ)}}$ となるので、 $a_n = \frac{1}{\boxed{\text{(ケ)}}}$ となる．

[3]

$OA = 5$, $AB = 6$, $BO = 4$ である $\triangle OAB$ において、辺 OA の中点を C 、辺 OB を $2:3$ に内分する点を D とし、線分 AD , BC の交点を E とする． $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ．

- (1) $\overrightarrow{AD}$ および $\overrightarrow{BC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ．
- (2) $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ．
- (3) $\triangle OAB$ の重心を G とするとき、線分 EG の長さを求めよ．