

2008—(C(理系))

数 学 問 題

14:45～16:15 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、4枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計8カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。ただし、 (ク) は (a, b) の形で答えよ。

- (1) AさんとBさんが n 回($n \geq 3$)じゃんけんをする。AさんもBさんも、グー・チョキ・パーを毎回それぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする。Aさんが1回も勝たない確率は (ア) であり、ちょうど1回勝つ確率は (イ) である。Aさんが少なくとも2回勝つ確率は (ウ) である。Aさんが1回も勝たないか、または1回も負けない確率は (エ) であるから、Aさんが少なくとも1回勝ち、かつ少なくとも1回負ける確率は (オ) である。
- (2) xy 平面上の2直線 $tx - y = t$, $x + ty = -2t - 1$ の交点 P の y 座標は (カ) である。 t が任意の実数値をとって変わるとき P が描く図形は、方程式 (キ) で表される曲線から点 (ク) を除いたものである。P の x 座標の最大値は (ケ) である。

[2]

xy 平面において, x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という. n が正の整数のとき, 次の問いに答えよ.

- (1) xy 平面において連立不等式 $0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq n$ の表す領域を D とする. 領域 D に含まれる格子点の個数 a_n を求めよ.
- (2) xy 平面において不等式 $y^2 \leq x \leq n^2$ の表す領域を E とする. 領域 E に含まれる格子点の個数 b_n を求めよ.
- (3) xy 平面において不等式 $y^2 \leq x \leq 9n^2$ の表す領域を F とする. 領域 F に含まれる格子点の個数 c_n を求めよ.
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{c_n}$ を求めよ.

[3]

一辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において、点 P, Q, R を辺 OA, AB, BC 上にそれぞれ $OP=AQ=BR=t$ であるようにとり、点 S を辺 AC 上に $AS=t$ であるようにとる。ただし、 $0 < t < 1$ とする。点 P, Q, R, S を頂点とする四面体の体積を V とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 QRS の面積 M_1 を t の式で表せ。
- (2) V を t の式で表せ。
- (3) t が $0 < t < 1$ の範囲で変化するとき、 V の最大値を求めよ。
- (4) V が最大値をとるとき、三角形 OQS の面積 M_2 を求めよ。

〔 4 〕

n が正の整数のとき $I_n = \int_2^3 \frac{(x-3)^n}{nx^n} dx$ とおく. 次の問いに答えよ.

(1) I_1 を求めよ.

(2) $2 \leq x \leq 3$ において $\left| \frac{x-3}{x} \right|$ のとりうる値の範囲を求めよ. また, $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ.

(3) I_n を用いて I_{n+1} を表せ. 必要なら部分積分法を利用せよ.

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \left(-\frac{1}{2} \right)^n$ を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———