

2009—(C(理系))

数 学 問 題

14:45～16:15 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚、記述式解答用紙(う)1枚、記述式解答用紙(え)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、4枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計8カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) $s = \sin x, t = \cos x$ とおく。 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ と $\cos 3x$ は s と t の多項式を用いて

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \boxed{\text{ア}}, \quad \cos 3x = \boxed{\text{イ}}$$

と表せる。ただし、 と はともに、 t で割り切れる多項式で、 t で割ると s だけの多項式になる。

$\alpha = \boxed{\text{ウ}}$ とおくと $\frac{\pi}{2} - 2\alpha = 3\alpha$ であり、 $\sin \alpha = \boxed{\text{エ}}$ が成り立つ。

- (2) さいころを繰り返し投げる試行を行い、その結果によって次のようにポイントを決めていく。最初のポイントを0として、1回投げるごとに1または2の目が出たら-1を、3以上の目が出たら1をポイントに加算していくものとする。このとき、5回投げた後のポイントが3である事象は、5回のうち1または2の目が 回出る事象と同じで、その確率は である。

次に、ポイントを決めるルールを以下のように変更する。最初のポイントを0として、1回投げるごとに1または2の目が出たら-1を、3または4の目が出たら1をポイントに加算し、5または6の目が出たらポイントを変更しないものとする。このとき、5回投げた後のポイントが2である事象の確率は、3または4の目が2回、5または6の目が3回出る事象の確率 と、1または2の目が 回、3または4の目が 回出る事象の確率 の和である。また、5回投げた後のポイントが0である確率は である。

[2] $a > 0$ とし, xy 平面上の 2 つの曲線 $C_1: y = a \log x$, $C_2: y = x^2$ について考える. 点 $P(s, a \log s)$ における C_1 の接線を ℓ とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) ℓ の方程式を求めよ.
- (2) ℓ が点 P で C_2 にも接するとき, s と a の値を求めよ.
- (3) s と a は上の (2) で求めた値をとるとする. このとき, C_1 , C_2 および x 軸で囲まれる部分を y 軸の周りに 1 回転して出来る立体の体積 V を求めよ.

[3]

m は 2 以上の整数で n は 4 以上の整数とする. $x + y = m$ をみたす 1 以上の整数 x, y の組 (x, y) の個数を a_m とし, また, $x + y + 2z = n$ をみたす 1 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数を b_n とする. 次の問いに答えよ.

(1) $x + y = 4$ をみたす 1 以上の整数 x, y の組 (x, y) をすべて書け.

(2) a_m を求めよ.

(3) $x + y + 2z = 6$ をみたす 1 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) をすべて書け.

(4) b_4, b_5, b_6, b_7 を求めよ.

(5) $n \geq 4$ のとき b_n を求めよ. また, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2}$ を求めよ.

[4]

r は正の実数とする. 2つの実数 x, y に対して $p = x + y, q = xy$ とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) $x^2 + y^2 = r^2$ のとき, q を p の式で表せ. また, p のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) 点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = r^2$ の上を動くときの点 (p, q) の軌跡を C_r とする. C_r の概形を描け.
- (3) r が $1 \leq r \leq 2$ の範囲で変化するとき, C_r が通る座標平面上の範囲を図示せよ.

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——

——— このページは白紙です。 ———