

2009—(D)

数 学 問 題

14:45～15:45 (60分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙（8ページ）、記述式解答用紙（あ）1枚、記述式解答用紙（い）1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄（それぞれ2カ所、合計4カ所）に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 関数 $f(x) = |x+1| + |x-1| + 2$ と2次関数 $g(x) = ax^2 + bx + c$ がある。放物線 $y = g(x)$ が $y = f(x)$ のグラフ上の3点 $(-2, 6)$, $(-1, 4)$, $(0, 4)$ を通るとする。このとき、 $a =$ ア , $b =$ イ , $c =$ ウ であり、関数 $f(x) - g(x)$ ($-3 \leq x \leq 3$) は $x = -\frac{3}{2}$ または $x =$ エ で最大値 オ をとる。
- (2) 一の位の数字が0でない4桁の自然数 x について、 x の各位の数字を一の位から千の位に逆の順に並べた4桁の自然数を y とする。たとえば、 $x = 6425$ であるとき、 $y = 5246$ である。 x と y がともに偶数となるような x は全部で カ 個あり、 x と y がともに奇数となるような x は全部で キ 個ある。 $x = y$ となるような x は全部で ク 個存在し、また $x > y$ であるような x は全部で ケ 個存在する。

——— このページは白紙です。 ———

[2]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) O を原点とする xy 平面において方程式 $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ で表される円 C_1 と、正の定数 a に対して方程式 $y = \frac{1}{2}ax^2$ で表される放物線 C_2 がある。 C_1 と C_2 が異なる 3 点を共有するような a の値の範囲は ア であり、1 点のみ共有するときの a の値の範囲は イ である。 C_1 と C_2 が異なる 3 点を共有するとき、原点以外の 2 つの共有点を A, B とする。線分 AB と C_2 で囲まれた図形の面積を a で表すと ウ であり、 $\triangle OAB$ が正三角形となるときの a の値は エ である。

- (2) a, c を実数とする。座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 0, a)$, $B(3, 1, 5)$, $C(0, 1, c)$ が同一平面上にある。 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ と表すとき、 $x =$ オ , $y =$ カ であり、 c を a の式で表すと $c =$ キ である。 $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{AB}$ の関係から、四角形 $OABC$ の面積 S は $\triangle OAC$ の面積の ク 倍である。 a と c が $c =$ キ の関係を満たしながら変化するとき、 S の最小値は ケ である。

——— このページは白紙です。 ———

〔3〕

a を定数とする． xy 平面上に曲線 $C_1: y = x^3$ と曲線 $C_2: y = x^3 - 3x^2 + 3x + a$ がある． $0 \leq t \leq 1$ である t に対して， C_1 上の点 (t, t^3) における C_1 の接線を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) ℓ の方程式を求めよ．
- (2) ℓ が C_2 の接線でもあり， ℓ と C_2 の接点の x 座標 s が $0 \leq s \leq 1$ の範囲にあるとき， s および a を t の式で表せ．
- (3) ℓ が小問 (2) の条件を満たすとき， a の値の範囲を求めよ．

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——