

2011—(C(理系))

■ 数 学 問 題

14 : 55 ~ 16 : 25 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙 (8 ページ)、記述式解答用紙 (あ) 1 枚、記述式解答用紙 (い) 1 枚、記述式解答用紙 (う) 1 枚、記述式解答用紙 (え) 1 枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って 1 枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、4 枚の記述式解答用紙の受験番号欄 (それぞれ 2 カ所、合計 8 カ所) に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべて HB の黒鉛筆または HB・0.5mm 以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) 関数 $y = \log_2 \left(\frac{x}{2} + 3 \right)$ のグラフは、関数 $y = \log_2 x$ のグラフを x 軸方向に ア , y 軸方向に イ だけ平行移動したものである。これら2つのグラフについて、共有点の x 座標は ウ である。

(2) $a = \sqrt{7} + \sqrt{3}$, $b = \sqrt{7} - \sqrt{3}$ のとき $c = \frac{a}{b}$ とおくと、

$$c + \frac{1}{c} = \text{エ} \text{ }, \quad c - \frac{1}{c} = \text{オ} \text{ }, \quad c^2 + \frac{1}{c^2} = \text{カ} \text{ }, \quad c^3 + \frac{1}{c^3} = \text{キ} \text{ }$$

である。

(3) A, A, B, B, B, C, C, C, C の9個の文字全部を使って作ることができる順列の総数は ク 通りである。そのうち、B 3個が連続している順列は ケ 通りであり、A 2個が隣り合わない順列は コ 通りである。

[2]

四面体 $OABC$ において、 $OA = OB = 1$ 、 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \frac{\pi}{3}$ とする。三角形 OAC の重心を G 、辺 BC を $2:1$ に内分する点を P 、辺 OC の中点を Q とし、2 直線 OP 、 BQ の交点を R とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{c}$ を用いて表せ。また、 $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) OC の長さを x とする。このとき、 $|\vec{c}|^2$ 、 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ 、 $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を x を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{BG}$ と $\overrightarrow{AR}$ が垂直であるとする。このとき、 x の値を求めよ。

[3]

次の問いに答えよ.

- (1) 条件 $1 \leq a \leq b \leq 2, 1 \leq a < c \leq 2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ.
- (2) 条件 $1 \leq a \leq b \leq 3, 1 \leq a < c \leq 4$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) のうち, $a = 1$ のもの, $a = 2$ のもの, $a = 3$ のものの個数をそれぞれ求めよ.
- (3) m を正の整数とする. 条件 $1 \leq a \leq b \leq m+1, 1 \leq a < c \leq 2m$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) の個数 $M(m)$ を求めよ. また, $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{M(m)}{m^3}$ を求めよ.
- (4) $M(m)$ が 67 の倍数になるような最小の正の整数 m を求めよ.

[4]

次の問いに答えよ.

- (1) 方程式 $\cos x = \cos \frac{3}{4}\pi$ の解を $\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ の範囲で求めよ.
- (2) $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ を満たす定数 θ に対して, 方程式 $\cos x = \cos \theta$ の $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ における2つの解を θ で表せ.
- (3) 上の(2)で求めた解のうち大きい方を α とするとき, 定積分 $S = \int_0^\alpha |\cos x - \cos \theta| dx$ を θ の式で表せ.
- (4) θ が $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ の範囲で変化するときの S の最小値およびそのときの θ の値を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———