

【1】

【解答】

- (1) ア -25 イ 50 ウ 75
 エ -8 オ -4
- (2) カ $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ キ $1-\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ク $\left(\frac{1}{2}\right)^n$
 ケ $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ コ $\left(\frac{3}{4}\right)^n-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

【解説】

(1)

$f(x) \geq 0$ の解が $-1 \leq x \leq 3$ より,

$$a < 0$$

$$f(-1) = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a + 3b + c = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。

$$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

で, $a < 0$ より, $x = -\frac{b}{2a}$ のとき最大値 $c - \frac{b^2}{4a}$ をとる。

よって,

$$c - \frac{b^2}{4a} = 100 \quad \dots \textcircled{3}$$

となる。

①②より,

$$8a + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -2a \quad \dots \textcircled{4}$$

となる。これと, ③より,

$$c - a = 100 \Leftrightarrow c = a + 100 \quad \dots \textcircled{5}$$

となる。

①④⑤より,

$$a = -25, b = 50, c = 75$$

となる。

また, $f(x+7) \leq 0$ の解は,

$$x+7 \leq -1, x+7 \geq 3$$

である。

よって, $a(x+7)^2 + b(x+7) + c \leq 0$ の解は $x \leq -8, x \geq -4$ となる。

(2)

1 人が A を取り出さない確率は $\frac{3}{4}$ である。

よって, n 人が A を取り出さない確率は $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ である。

よって, 少なくとも 1 人が A を取り出す確率は $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ となる。

1 人が A, B を取り出さない確率は $\frac{1}{2}$ である。

よって, n 人が A, B を取り出さない確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ である。

よって, 少なくとも 1 人が A または B を取り出す確率は $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ となる。

これより, n 人だれも A を取り出さず, 少なくとも 1 人 B を取り出す確率は

$$\left(\frac{3}{4}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

となる。

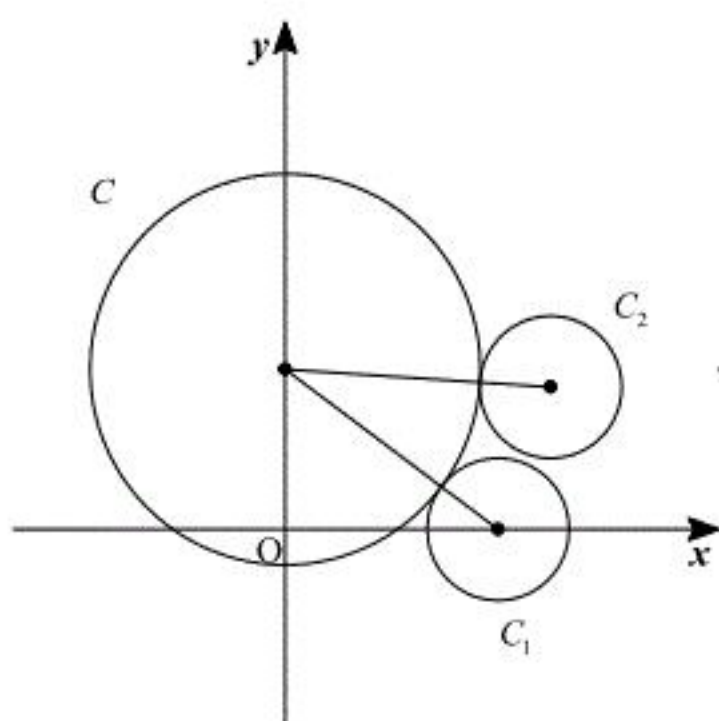
[2]

[解答]

- (1) ア a^2+9 イ $a^2-4a+18$ ウ $\frac{9}{4}$
- エ $\frac{11}{4}$ オ $\frac{11}{5}$
- (2) カ $66+d(n-1)$ キ $66n+\frac{n(n-1)}{2}d$ ク -4
- ケ 18 コ 17

[解説]

(1)



上図より、円 C と円 C_1 が外接することから、

$$(r+1)^2 = a^2 + 9$$

また、円 C と円 C_2 が外接することから、

$$\begin{aligned} (r+1)^2 &= 4^2 + (2-a)^2 \\ \Leftrightarrow (r+1)^2 &= a^2 - 4a + 18 \end{aligned}$$

となる。

よって、

$$\begin{aligned} a^2 + 9 &= a^2 - 4a + 18 \\ \Leftrightarrow a &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

であり、

$$r = \frac{11}{4}$$

となる。

円 C と円 C_1 の接点は、 $\left(0, \frac{9}{4}\right)$ と $(3, 0)$ を $\frac{11}{4}:1=11:4$ に内分する点である。

よって、その x 座標は

$$\frac{0 \cdot 4 + 3 \cdot 11}{11 + 4} = \frac{11}{5}$$

となる。

(2)

$$a_n = 66 + d(n-1)$$

であるので、

$$\sum_{k=1}^n a_k = (66-d)n + \frac{n(n-1)}{2}d = 66n + \frac{n(n-1)}{2}d$$

となる。

よって、

$$\sum_{k=10}^{25} a_k = \sum_{k=1}^{25} a_k - \sum_{k=1}^9 a_k = 1056 + 264d$$

となる。

これが 0 となるとき、 $d = -4$ である。

ここで、 $a_{16} = 6$ 、 $a_{17} = 2$ 、 $a_{18} = -2$ であるので、 $a_n < 0$ となる最小の n は、 $n = 18$ である。

よって、 S_n を最大とするのは、 $n = 17$ のときである。

【3】

(1)

$$y = -2x + 25 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + k \quad \dots \textcircled{2}$$

①②より,

$$\frac{1}{3}x^2 - 2x + 25 - k = 0$$

$$\therefore x^2 - 6x + 3(25 - k) = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

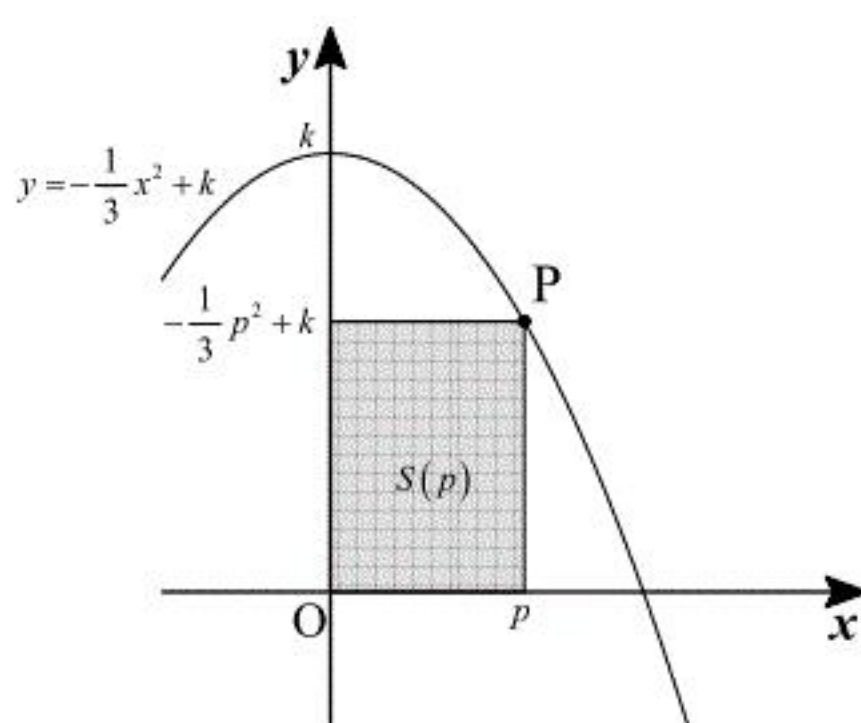
③の判別式 D が $D < 0$ であればよいので,

$$D/4 = 9 - 3(25 - k) < 0$$

よって, $0 < k < 22$ となる。

(答) $0 < k < 22$

(2)



上図より,

$$S(p) = p \left(-\frac{1}{3}p^2 + k \right)$$

$$S'(p) = -p^2 + k = -(p + \sqrt{k})(p - \sqrt{k})$$

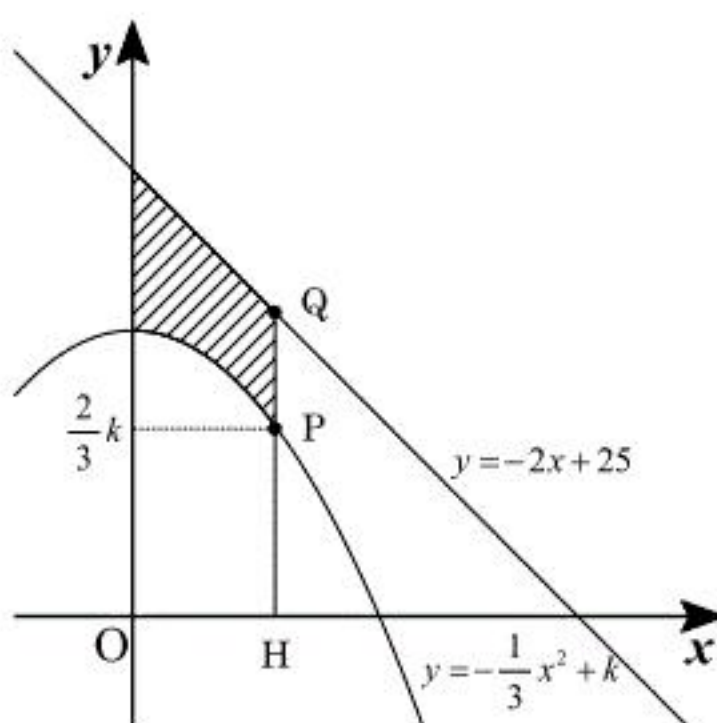
$S(p)$ の増減表は下表のようになる。

p	0	...	$\sqrt{k}$	...	$\sqrt{3k}$
$S'(p)$	/	+	0	-	/
$S(p)$	/	↗	最大	↘	/

$S(p)$ が最大値をとるときの P の座標は, $\left(\sqrt{k}, \frac{2}{3}k \right)$ となる。

(答) $\left(\sqrt{k}, \frac{2}{3}k \right)$

(3)



上図の斜線部分が求める面積 S となる。

$$S = \frac{1}{2}(-2\sqrt{k} + 25 + 25)\sqrt{k} - \int_0^{\sqrt{k}} \left(-\frac{1}{3}x^2 + k \right) dx$$

$$\therefore S = -\frac{8}{9}k\sqrt{k} - k + 25\sqrt{k}$$

(答) $S = -\frac{8}{9}k\sqrt{k} - k + 25\sqrt{k}$