

2012—(E)

# ◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

## 受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。  
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、2枚の記述式解答用紙の受験番号欄(それぞれ2カ所、合計4カ所)に受験番号を記入してください。
5. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHB・0.5mm以上の芯のシャープペンシルで記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。  
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

(1) 次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1)  $a, b, c$  は実数とし、

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

とおく。関数  $f(x)$  の最大値が 100 であり、 $f(x) \geq 0$  の解が  $-1 \leq x \leq 3$  であるとする。このとき、 $a, b, c$  の値は  $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$   である。また、 $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$   のとき、2 次不等式

$$a(x+7)^2 + b(x+7) + c \leq 0$$

の解は  $x \leq$  ,   $\leq x$  である。

(2) 玉 A, 玉 B, 玉 C, 玉 D の 4 つの玉が入った袋が  $n$  人の人に 1 つずつ配られている。 $n$  人の人は、それぞれ自分の袋から玉を 1 個だけ取り出すとする。 $n$  人の中の誰も玉 A を取り出さない確率は  である。よって、 $n$  人の中の少なくとも 1 人が玉 A を取り出す確率は  である。 $n$  人の中の誰も玉 A も、玉 B も取り出さない確率は  である。よって、 $n$  人の中の少なくとも 1 人が玉 A か玉 B を取り出す確率は  である。また、 $n$  人の中の誰も玉 A を取り出さないが、少なくとも 1 人が玉 B を取り出す確率は  である。

—— このページは白紙です。 ——

(2)

次の文章中の  に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた  の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1)  $xy$  平面上において、中心が点  $(3, 0)$ 、半径が 1 の円を  $C_1$  とし、中心が点  $(\sqrt{14}, 2)$ 、半径が 1 の円を  $C_2$  とする。また、 $y$  軸上の点  $(0, a)$  を中心とし、円  $C_1$  および円  $C_2$  の両方と外接する円を  $C$  とする。円  $C$  の半径を  $r$  とすると、円  $C$  と円  $C_1$  が外接することから  $(r+1)^2 = \text{ア}$  が成り立ち、円  $C$  と円  $C_2$  が外接することから  $(r+1)^2 = \text{イ}$  が成り立つ。ただし、 ア 、 イ  は  $a$  の式である。これらの式から  $a$  と  $r$  の値は  $a = \text{ウ}$ 、 $r = \text{エ}$  であることがわかる。また、円  $C$  と円  $C_1$  の接点の  $x$  座標の値は  オ  である。
- (2) 初項 66、公差  $d$  の等差数列  $\{a_n\}$  の第  $n$  項は  $a_n = \text{カ}$  である。また、数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とすると、 $S_n = \text{キ}$  である。数列  $\{a_n\}$  の第 10 項から第 25 項までの和が 0 であるような  $d$  の値は  $d = \text{ク}$  である。 $d = \text{ク}$  の場合、 $a_n < 0$  となる最小の自然数  $n$  の値は  $n = \text{ケ}$  である。よって、 $d = \text{ク}$  の場合、 $S_n$  が最大となる  $n$  の値は  $n = \text{コ}$  である。

——— このページは白紙です。 ———

**〔3〕**  $k$  は正の実数とする.  $xy$  平面において, 放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2 + k$  上の点  $P\left(p, -\frac{1}{3}p^2 + k\right)$  ( $0 < p < \sqrt{3k}$ ) を考える. 点  $P$  を通り  $x$  軸に垂直な直線と  $x$  軸との交点を  $H$ , 点  $P$  を通り  $y$  軸に垂直な直線と  $y$  軸との交点を  $K$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1) 直線  $y = -2x + 25$  と放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2 + k$  が共有点をもたないような正の数  $k$  の値の範囲を求めよ.
- (2)  $O$  は  $xy$  平面の原点とする. 長方形  $PHOK$  の面積  $S(p)$  を  $0 < p < \sqrt{3k}$  における  $p$  の関数と考えて, 関数  $S(p)$  の増減表をかけ. また, 関数  $S(p)$  ( $0 < p < \sqrt{3k}$ ) が最大値をとるときの点  $P$  の座標を求めよ.
- (3) 実数  $k$  の値は (1) で求めた範囲にあるとし, 点  $P$  は (2) で求めた座標の位置にあるとする. 直線  $PH$  と直線  $y = -2x + 25$  の交点を  $Q$  とする. 放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2 + k$ , 直線  $y = -2x + 25$ ,  $y$  軸, 線分  $PQ$  で囲まれる図形の面積を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———