

2013—(C(理系))

■ 数 学 問 題

15 : 00 ~ 16 : 30 (90分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙 1 部 (8 ページ)、記述式解答用紙 (あ) 1 枚、記述式解答用紙 (い) 1 枚、記述式解答用紙 (う) 1 枚、記述式解答用紙 (え) 1 枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って 1 枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙 (4 枚) の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ **2 カ所 (計 8 カ所)** 記入してください。
5. 解答はすべて **HB の黒鉛筆** または **HB・0.5 mm 以上の芯のシャープペンシル** で記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

[1]

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

(1) p, q を実数の定数とし、3 次方程式

$$x^3 + px + q = 0 \cdots (*)$$

を考える。(*) が複素数 $2 + \sqrt{3}i$ を解に持つならば、 $p =$ ア である。また、(*) が 2 重解を持ち、 p, q が $p + q = -1$ を満たすならば、 $p =$ イ または ウ である。ただし、 イ < ウ とする。

(2) 2 つの関数 $f(x) = \log x - 1$, $g(x) = x$ について、積 $f(x)g(x)$ の導関数は エ であり、商 $\frac{f(x)}{g(x)}$ の導関数は オ である。

(3) $\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = 2$ の解は カ である。また、 $(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 8 = 0$ の 2 つの解のうち小さい方は キ である。

(4) 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書いてあるカードが、それぞれ 1 枚ずつ、合計 9 枚ある。この中から 3 枚のカードを取り出し、書かれた数字の小さい方から順に a, b, c とする。 a, b, c がすべて偶数である確率は ク であり、 a, b, c が連続した数字である確率は ケ である。また、 $a = 4$ である確率は コ である。

[2]

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 4n^3 + 6n^2 - n$ ($n \geq 1$) で表されるとき, 次の問いに答えよ.

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n})$ を求めよ.

(3) $T_n = \sum_{k=1}^n a_{2k}$ を求めよ. また, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ を求めよ.

(4) $U_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ を求めよ.

[3]

空間内に3点 $A(5, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(3, 6, 0)$ がある. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P を $P(x, y, z)$ とおくととき, $2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}$ を成分で表せ.
- (2) 点 P が $\overrightarrow{AP} \cdot (2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}) = 0$ を満たしながら動くとき, 点 P は, ある球面上にあることを示せ.
また, その球面の中心 Q の座標と半径 r を求めよ.
- (3) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ.
- (4) 点 P が(2)で求めた球面上を動くとき, 四面体 $PABC$ の体積 V の最大値を求めよ. ただし, 4点 P, A, B, C が同一平面上にあるときは $V = 0$ とする.

[4]

関数 $f(x) = \sin^2 x + 2 \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) に対して, 曲線 $y = f(x)$ を C とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 点 $A(\pi, f(\pi))$ における曲線 C の接線 ℓ の方程式を求めよ.

(2) $f(x)$ の増減を調べ, 極値とそのときの x の値を求めよ.

(3) 曲線 C の凹凸を調べよ. また, 変曲点の座標を求めよ.

(4) 接線 ℓ の方程式を $y = g(x)$ とするとき, 連立不等式

$$g(x) \leq y \leq f(x), \pi \leq x \leq 2\pi$$

で表される領域の面積を求めよ.

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———

——— このページは白紙です。 ———