

2013—(D)

◎ 数 学 問 題

2科目あわせて 13:00～15:00 (120分)

受験についての注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題を見てはいけません。
2. 数学の試験用紙は、問題用紙1部(8ページ)、記述式解答用紙(あ)1枚、記述式解答用紙(い)1枚から構成されています。過不足があれば監督者に申し出てください。
なお、記述式解答用紙はセットになっています。監督者の指示に従って、解答用紙を破ったりしないよう注意して、ミシン目に沿って1枚ずつ切り離してください。
3. 試験中に試験用紙の印刷が不鮮明な箇所や汚れなどに気づいた場合は、監督者に申し出てください。
4. 監督者の指示に従って、記述式解答用紙(2枚)の受験番号の記入欄に受験番号をそれぞれ**2カ所(計4カ所)**記入してください。
5. 解答はすべて**HBの黒鉛筆**または**HB・0.5mm以上の芯のシャープペンシル**で記入してください。
6. 解答は、解答用紙の問題番号を十分に確認のうえ、解答用紙の各問指定の枠内に記入してください。解答用紙の裏面にはいっさい記入してはいけません。下書きなどには問題用紙の余白を利用してください。
7. 解答中でない解答用紙は必ず裏返しに置いてください。
8. 受験中は不審な行動をとってはいけません。不正行為があれば全科目を無効とします。
9. 試験時間の途中で退場することはできません。
ただし、気分が悪いなど身体の調子が悪くなった場合は、監督者に申し出てください。
10. 試験終了のベルが鳴ると同時に解答をやめてください。
11. 問題用紙は試験終了後、持ち帰ってください。

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 周囲の長さが 18 の長方形において、短い方の辺の長さを x とする。面積が 16 以上、20 以下であるとする、2つの不等式

$$x^2 - 9x + 16 \leq 0 \cdots \cdots \text{①}$$

$$x^2 - 9x + 20 \geq 0 \cdots \cdots \text{②}$$

を得る。不等式①を解くと ア $\leq x \leq$ イ であり、不等式②を解くと $x \leq$ ウ, $5 \leq x$ である。 x が短い方の辺の長さであることより、 x のとりうる値の範囲は エ $\leq x \leq$ オ である。

- (2) 1 から 8 までの番号が 1 つずつかかれた 8 個の玉が袋に入っている。この袋の中から同時に 6 個の玉を取り出す。その中で最大の番号を X とすると、 $X = 5$ となる確率は カ である。また $X = 6$ となる確率は キ であり、 $X = 7$ となる確率は ク, $X = 8$ となる確率は ケ である。以上より、 X の期待値は コ となる。

—— このページは白紙です。 ——

〔2〕

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) $x > 1$ のとき、 $\log_3 x = t$ とおき $\log_9 x^2$ と $\log_x 9$ を t の式で表すと、 $\log_9 x^2 = \square{\text{ア}}$ ，
 $\log_x 9 = \square{\text{イ}}$ となる。したがって、関数

$$y = \log_3 x - 16 \log_x 9 + 3 \log_9 x^2 + 8 \quad (x > 1)$$

を t の式で表すと、 $y = \square{\text{ウ}}$ となる。これより $y \leq 0$ となるような t の値の範囲は
 $0 < t \leq \square{\text{エ}}$ である。よって、 $y \leq 0$ となるような x の値の範囲は $1 < x \leq \square{\text{オ}}$ となる。

- (2) xyz 空間内の 4 点を $O(0,0,0)$ 、 $A(1,2,1)$ 、 $B(-1,1,-1)$ 、 $C(1,3,-3)$ とする。 $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の
 内積の値は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \square{\text{カ}}$ である。点 P が 3 点 O, A, B が定める平面上にあって、 $\overrightarrow{CP}$ と
 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{CP}$ と $\overrightarrow{OC}$ が直交しているとする。実数 s, t を用いて $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と表すと、 $\overrightarrow{CP} =$
 $\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC}$ なので、 s, t の値は $s = \square{\text{キ}}$ 、 $t = \square{\text{ク}}$ となる。したがって $\overrightarrow{OP}$ を成分で表すと
 $\overrightarrow{OP} = \square{\text{ケ}}$ である。ただし、 $\square{\text{ケ}}$ は (a, b, c) の形 (a, b, c は実数) で答えよ。さらに $|\overrightarrow{AP}|$ の
 値は $\square{\text{コ}}$ となる。

——— このページは白紙です。 ———

[3]

2 つの関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$, $g(x) = -9x^2 + 27x + k$ について、次の問いに答えよ。ただし、 k は実数とする。

- (1) $x \geq 0$ の範囲で、 $f(x)$ の増減表をかき、 $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ の $x \geq 0$ での最小値を m , $g(x)$ の $x \geq 0$ での最大値を M とする。 $m \geq M$ となるような k の値の範囲を求めよ。
- (3) $x \geq 0$ であるすべての x に対して $f(x) \geq g(x)$ となるような k の値の範囲を求めよ。

——— このページは白紙です。 ———

—— このページは白紙です。 ——